

Formule di Taylor o di MacLaurin

Esercizio 1: Determinare i polinomi di Taylor delle funzioni indicate con centro nel punto x_0 e grado n :

a) $f(x) = 1 + x^4$; $x_0 = 2$, $n = 3$

g) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; $x_0 = 1$, $n = 7$

b) $f(x) = \cos(x)$; $x_0 = \frac{\pi}{2}$, $n = 7$

h) $f(x) = \operatorname{arctg} x$; $x_0 = 0$, $n = 6$

c) $f(x) = \frac{1}{1-x}$; $x_0 = 0$, $n = 5$

i) $f(x) = \sin(e^x - 1)$; $x_0 = 0$, $n = 5$

d) $f(x) = e^x \sin(x)$; $x_0 = 0$, $n = 8$

j) $f(x) = e^{\sin x}$; $x_0 = 0$, $n = 5$

e) $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$; $x_0 = 0$, $n = 5$

k) $f(x) = \operatorname{tg} x$; $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $n = 4$

f) $f(x) = \operatorname{tg} x$; $x_0 = 0$, $n = 3$

l) $f(x) = \ln(\cosh x)$; $x_0 = 0$, $n = 8$

Esercizio 2: Calcolare i limiti seguenti:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x} + \frac{1}{2} \ln(1-x) - 1}{\cosh x - \cos x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{8}x^3} - 1}{(\sqrt[3]{1+2x} - 1)^\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{[\sin(2x)]^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sinh x - x(6+x^2)}{x^5}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin^2 x} - e^{2x^2}}{1 - \cos(4x)}$

Esercizio 3: Utilizzando le formule di Taylor o di MacLaurin determinare una approssimazione delle quantità seguenti con un errore minore di 0.01.

a) $\sqrt{e}$

d) $\operatorname{tg}\left(\frac{9}{10}\pi\right)$

g) $\frac{\pi}{2}$

b) $\ln(2)$

e) $\operatorname{arctg} \frac{1}{5}$

h) π^2

c) $\cos\left(\frac{\pi}{90}\right)$

f) $\cosh\left(\frac{1}{2}\right)$

i) $\sin\left(\frac{11}{20}\pi\right)$