

TdN Esercizi - Montecatini

Esercizio 1

Trova tutte le coppie di numeri primi (p, q) per cui

$$p^3 - q^5 = (p + q)^2.$$

Esercizio 2

Una sequenza di interi positivi (a_1, \dots, a_n) è detta Scaletta di lunghezza n se è composta da n interi consecutivi, in ordine crescente. Dimostrare che per ogni n esistono due scalette (a_1, \dots, a_n) e (b_1, \dots, b_n) di lunghezza n tali che gli elementi siano distinti, e che

1. $(a_i, b_i) = 1$,
2. $(a_i, b_i) > 1$.

Esercizio 3

Trovare tutte le quadruple di numeri naturali (x, y, z, w) per cui

$$2^x + 3^y + 5^z = 7^w.$$

Esercizio 4

Sia x_1, x_2, x_3, \dots una successione di numeri naturali, dove $x_1 = 4$ e

$$x_{n+1} = x_1 \cdots x_n + 5.$$

Per quali coppie di indici (a, b) con $a < b$, si ha che $x_a x_b$ è un quadrato perfetto?

Esercizio 5

Trova tutte le coppie di numeri naturali n, m per cui

$$n^5 + n^4 = 7^m - 1.$$

Esercizio 6

Trova tutte le terne di numeri naturali (x, y, z) per cui

$$2^x + 3^y = z^2.$$