

Problemi di combinatoria

Bologna, 16/10/2013

1. Dati n punti in fila, in quanti modi possono essere colorati di rosso, verde o blu facendo sì che due punti vicini abbiano colori diversi?
2. Sia $f: \{0, 1, 2, \dots, 2009\} \rightarrow \mathbb{N}$ una funzione tale che, per ogni k ,

$$f(2k) = f(2k+1), \quad f(3k) = f(3k+1), \quad f(5k) = f(5k+1).$$

Quanti elementi può avere, al massimo, l'immagine di f ?

3. Una scacchiera ha n righe e $17n$ colonne. In ogni colonna ci sono esattamente 3 pedoni e in ogni riga c'è un numero diverso di pedoni, compreso tra 0 e n (estremi inclusi). Quanto può valere n ?
4. Pippo ha in mano 16 carte: 4 di picche, 4 di cuori, 4 di quadri e 4 di fiori. Estrae a caso 6 carte; qual è la probabilità che, tra queste 6, ve ne siano esattamente 2 di picche oppure esattamente 2 di cuori?
5. Sia $A = \{1, 2, \dots, 10\}$. Quante sono le funzioni $f: A \rightarrow A$ tali che $f(f(x)) = x$ per ogni $x \in A$?
6. Ho 4 mele e 7 arance. In quanti modi posso regalarle a 4 amici?
Le mele e le arance sono indistinguibili tra loro, conta solo quante mele e quante arance vengono date a ciascun amico. Alcuni amici potrebbero anche non ricevere alcun frutto.
7. Quante sono le stringhe formate da 8 caratteri 0, 1 e 2 tali che due cifre consecutive differiscano al massimo di 1?
8. Quanti sono i numeri di 7 cifre, composti solo da cifre 1, 2, 3 o 4, con un numero dispari di cifre 1?
9. Abelardo e Brunilla fanno il seguente gioco: su una griglia $n \times n$ posizionano in una casella d'angolo una pedina e a turno la muovono, potendola spostare solo dalla casella su cui si trova in una adiacente che non sia già stata visitata. Abelardo muove per primo; perde chi non può più muovere. Dire, in funzione di n , quale dei due giocatori ha la strategia vincente.