

# Gara a squadre

Bologna, 15/10/2013

## Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul foglio delle risposte un numero intero compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera. Si ricorda che la parte intera di un numero reale  $x$  è il più grande intero minore od uguale ad  $x$ .
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:  
 $\sqrt{2} \approx 1,4142$        $\sqrt{3} \approx 1,7321$        $\sqrt{5} \approx 2,2361$        $\pi \approx 3,1416$        $c \approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

1. “Benvenuti nel nostro illustre Liceo, cari ragazzi.” Esordì il preside, prof. Severi, rivolto ai nuovi alunni. “Questo istituto, intitolato al famoso didatta Tomasso Ignazio Boccio, ha una storia antica ed onorata. Proprio quest’anno e con il vostro arrivo, ha luogo una felice coincidenza matematica! Venti volte il numero dei nostri attuali alunni meno tredici volte il numero delle attuali classi fa proprio 2013!” Considerando che il numero degli alunni e il numero delle classi sono entrambi naturali positivi, quanti studenti al minimo frequentano il Liceo T.I. Boccio?
2. L’aula magna del T.I. Boccio ha un’architettura decisamente particolare: è un ottagono, inscritto in una circonferenza; i nuovi alunni, che lì hanno ascoltato il discorso di benvenuto del preside Severi, osservano che nella stanza vi sono 4 porte, su quattro lati dell’ottagono, e i lati che contengono le porte sono tutti lunghi uguali e misurano 14 metri. Gli altri quattro lati, anche loro lunghi uguali, sono più piccoli. Vengono poi a sapere, dagli studenti più anziani, che gli altri 4 lati misurano tutti  $7\sqrt{2}$  metri. Qual è il raggio in centimetri della circonferenza circoscritta all’ottagono?
3. Ad ogni nuovo studente viene assegnato un numero identificativo. Quest’anno i numeri identificativi sono numeri di 10 cifre in cui la cifra 1 compare esattamente una volta, la cifra 2 esattamente 2 volte, la cifra 3 esattamente 3 volte e la cifra 4 esattamente 4 volte. Quanti numeri identificativi diversi esistono? Rispondere dando le ultime quattro cifre della soluzione.
4. Le professoresse Squadretti e Saggini, insegnanti di matematica e fisica e italiano e latino rispettivamente per la classe IIIB, decidono di fissare i compiti in classe tutti nella prossima settimana. Ci sono 4 compiti di materie umanistiche (un tema, una versione, un compito di letteratura italiana e un compito di letteratura latina) e 3 compiti di materie scientifiche (compito di matematica, di fisica e una prova di laboratorio), da fissare tra lunedì e venerdì, di mattina o di pomeriggio. Sapendo che due compiti di materie umanistiche non possono essere consecutivi (né mattina e pomeriggio dello stesso giorno, né pomeriggio di un giorno e mattina del successivo), in quanti modi possono essere fissati i compiti nella settimana? Rispondere dando le ultime quattro cifre della soluzione.

5. Gli edifici in cui ha sede il Liceo T.I. Boccio sono stabili antichi, successivamente riadattati per essere usati come scuola; spesso le aule sono ottenute dividendo con pareti di cartongesso le grandi stanze preesistenti. In particolare, le classi IIA e IVC sono alloggiate in due aule ottenute da una precedente stanza, che aveva la forma di un trapezio isoscele, di basi 1124 e 1732, costruendo una parete parallela alle due basi. Questo è stato fatto di modo che le aree delle due aule fossero uguali. Quanto è lunga la parete divisoria?
6. Per una manifestazione culturale, tutti gli alunni del T.I. Boccio vanno, insieme a tutto il personale docente e non docente, nel vicino capoluogo; il professor Precisetti, che organizza i trasporti, prova a dividere i partecipanti in minibus da 7 posti, ma rimangono 3 ragazzi sull'ultimo minibus, allora tenta di dividerli tutti in pulmini da 11 posti, ma nell'ultimo pulmino c'è un docente tutto solo, allora tenta di dividerli in autobus da 30 posti, ma avanzano 5 bidelli sull'ultimo autobus. Quanti sono, al minimo, i partecipanti?
7. Giangiacomo Scarsini, alunno della VB, è stato interrogato in Storia dell'Arte, ma il professor Pennelli non vuole dirgli il voto esplicitamente. Dietro varie insistenze del ragazzo, alla fine cede e gli rivela che il suo voto in centesimi è la somma dei quadrati delle radici del polinomio  $x^3 - 11x^2 + 30x - 23$ . Quanto ha preso, in centesimi, il buon Scarsini?
8. Il preside Severi sa che, statisticamente, uno studente su 100 è potenzialmente un vandalo; allo scopo di individuarli, il preside ha elaborato un complicato test della personalità che può fallire con probabilità di  $1/20$  (ovvero in un caso su 20 il test dà il risultato opposto a quello che dovrebbe essere). Lo studente Gioffredo Tranquilloni si sottopone al test e risulta un possibile vandalo; qual è la probabilità che questo risultato sia corretto? Dare come risposta la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.
9. I distributori di bevande calde del Liceo T.I. Boccio hanno un codice segreto che permette di ottenere bevande gratis. Lisa Anna Secchia, una studiosissima alunna di IVD, ha finalmente capito che i codici sono numeri di quattro cifre pari a 47 volte il quadrato della somma delle loro cifre. Dunque la brillante studentessa li calcola e li prova tutti sulla macchinetta più vicina durante l'intervallo, partendo dal più grande. Qual è il primo codice che prova la nostra Lisa Anna Secchia?
10. La sala d'attesa della Presidenza è un locale ben noto allo studente di IA, Marcantonio Votacci, che dopo pochi giorni l'ha già frequentata varie volte. Oggi è lì per aver disseminato di puntine da disegno la sedia della cattedra appena prima dell'ora di francese con M.me Baguette. In attesa della giusta punizione, per nulla preoccupato, Marcantonio nota che la stanza è a forma di triangolo rettangolo e, passeggiando qua e là, si rende conto che la mediana uscente dall'angolo retto è la media geometrica dei cateti. Da ciò, Marcantonio è in grado di calcolare gli altri due angoli del triangolo. Quanti gradi misura l'angolo più piccolo?
11. Marcantonio Votacci e Gesualdo Giustifico sono i peggiori alunni di IA, già a pochi giorni dall'inizio delle lezioni passano tutto il tempo a giocare tra loro invece di seguire la lezione. Il gioco a cui stanno giocando durante l'ora di Matematica è il seguente, che Gesualdo ha proposto a Marcantonio. Si parte con i numeri interi da 0 a 1024; Marcantonio cancella  $2^9$  numeri, poi Gesualdo ne cancella  $2^8$  e così via, finché non rimangono solo 2 numeri. A quel punto, Gesualdo dovrà dare a Marcantonio tante carte Pokemon quant'è la differenza tra i due numeri rimasti (in valore assoluto). Di quante carte Pokemon dovrà privarsi, al massimo, il disattento Gesualdo?
12. La Squadretti ha sorpreso Votacci e Giustifico a giocare e li vuole punire per il loro scarso interesse; allora assegna ad entrambi di calcolare il resto che dà  $1! + 2! + 3! + \dots + 2011!$  diviso per 576 durante l'intervallo; sorprendentemente, i due alunni si ripresentano da lei poco dopo con la soluzione, che, ancor più sorprendentemente, è giusta! Quale numero hanno detto alla severa Squadretti i due monelli?
13. Durante il consiglio di classe della IIIB, la prof. Saggini si sta annoiando a morte e si è messa a contare gli anni che le mancano alla pensione. Il vicepresidente, l'inflessibile prof. Bacchetti, nota questa intollerabile

disattenzione e, come se fosse una sua alunna, le assegna una punizione. La prof. Saggini dovrà trovare, entro la fine della seduta del consiglio di classe, i possibili valori di  $p(1)$ , quando  $p$  è un polinomio a coefficienti interi, tale che  $p(0) = 0$ ,  $0 \leq p(1) < 10^5$  e per cui esiste un intero  $a$  tale che  $p(a) = 2013$ . *Quanti* sono questi possibili valori?

14. La professoressa Squadretti sta interrogando Maria Rita Puntiglini in Matematica e l'alunna presenta alla lavagna la propria soluzione ad un problema. Alla fine la professoressa commenta "Bene, Puntiglini, bene, però esiste una soluzione più semplice." La difficoltà di una soluzione si misura in base a tre parametri reali positivi, la lunghezza  $x$ , la scorrevolezza  $y$  e la noiosità  $z$ , tramite la funzione

$$d(x, y, z) = x + 2y + 3z.$$

Qual è il cubo della minima difficoltà che può avere una soluzione, sapendo che per questo problema ogni soluzione verifica  $x^3 y^2 z = 1$ ?

15. E' il giorno delle matricole e Domenico Sfigatelli è subito preso di mira da quattro bulletti, che però gli danno una possibilità di salvarsi: hanno una busta con vari foglietti, su ognuno c'è un polinomio. Domenico sarà salvo se saprà dire, al volo, la somma delle cifre in base 10 di  $p(1000)$  per il polinomio  $p$  che verrà estratto. Uno dei bulli procede all'estrazione ed il risultato è  $p(x) = \prod_{i=1}^{10} (1 + x^{2^i})$ . Che numero deve dire, in fretta, il povero Sfigatelli, per evitare il nonnismo dei più grandi?
16. Dietro al T.I. Boccio si trova un parco perfettamente circolare; sulla sua circonferenza si trovano un Abete secolare, un Chiosco di gelati, una Betulla gigante, le Porte posteriori del Liceo ed una Fontana. Tutti i sentieri del parco sono segmenti; il sentiero che collega le Porte del liceo alla Fontana è un diametro del parco, perpendicolare al sentiero che collega il Chiosco alla Betulla, che incrocia il precedente esattamente dove si trova un vecchio Scivolo per bambini. Inoltre vi è un piccolo sentiero che dall'Abete arriva ad incrociare perpendicolarmente il sentiero tra le Porte e la Fontana in corrispondenza di un'antica Quercia. Per la precisione, percorrendo il sentiero dalle Porte alla Fontana si incontra prima la Quercia e poi lo Scivolo. Sapendo che la distanza tra l'Abete e il Chiosco è di 13 metri e che la distanza tra l'Abete e la Betulla è di 17 metri, quanto vale il prodotto della distanza delle Porte dallo Scivolo per la distanza della Fontana dalla Quercia?