Titolo nota 12/10/2011

$$T(n) = 3^{T(n-1)}$$

$$T(1) = 3$$

$$T(n) \equiv T(n+1) \pmod{m}$$

$$T(n) \equiv 3^{T(n)} \pmod{m}$$

$$3^{T(n-1)} \equiv 3^{T(n)} \pmod{m}$$

$$\Uparrow \qquad \Downarrow$$

$$T(n-1) \equiv T(n) \pmod{\Phi(m)} \leftarrow \boxed{\mathrm{ord}_m(3)}$$

$$3^{\mathrm{ord}_m(3)} \equiv 1 \ (m$$

Prob 6.

È suff calcolare il periodo di $\{F_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ $\begin{cases} \text{mod } 125 & \boxed{125} \\ \text{mod } 8 & \boxed{6} \end{cases}$ 750

$$\underbrace{1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 0}_{A} \quad \underbrace{5 \quad 5 \ldots 10 \quad 13 \quad 0}_{5 \cdot A}$$

Se $8 \mid F_n \to 6 \mid n$.

$$F_{5k} = 5F_k \underbrace{\left(25F_k^4 + 25(-1)^k F_k^2 + 1\right)}_{\equiv 1 \ (5)}$$

$$\nu_5(F_k) = \nu_5(k)$$

$$5^3 \mid F_n \longrightarrow 5^3 \mid n$$

Da quante cifre è composto F_{750}?

$$1 + \lfloor \log_{10} F_{750} \rfloor \qquad F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\varphi^n - (\bar{\varphi})^n\right)$$

$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\bar{\varphi} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$|\bar{\varphi}|^{750}$ è trascurabile

La risposta è

$$1 + \left\lfloor \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\varphi^{750}\right) \right\rfloor$$

$$1 + \left\lfloor \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + 750 \log_{10}\varphi \right\rfloor$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 157 \\ \text{cifre} \end{array}}$$

$$\log_{10}\varphi \approx \frac{1}{5} + \frac{1}{111} + \frac{1}{46\ldots}$$

Prob 5

198

99 $[0]_{\text{mod } 100}$

99 $[1]_{\text{mod } 100}$

Teorema di Cauchy - Davenport

$A, B \subseteq \mathbb{F}_p, \quad |A+B| \geq \min(p, |A|+|B|-1)$

Teorema di Erdös - Ginzburg - Ziv

Tra $2n-1$ interi qualunque è possibile selezionarne n tali che la loro somma risulti multipla di n.