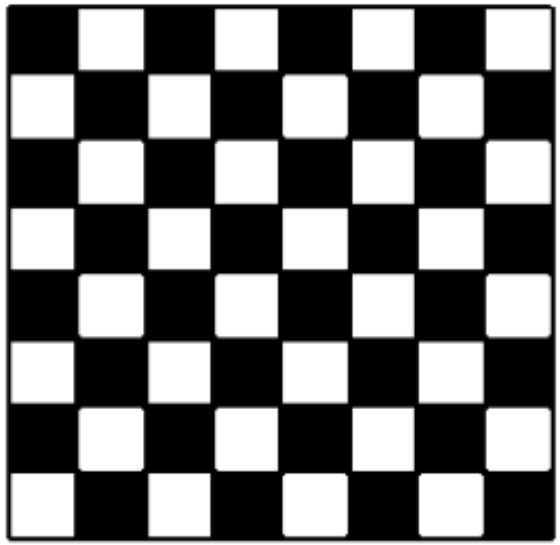
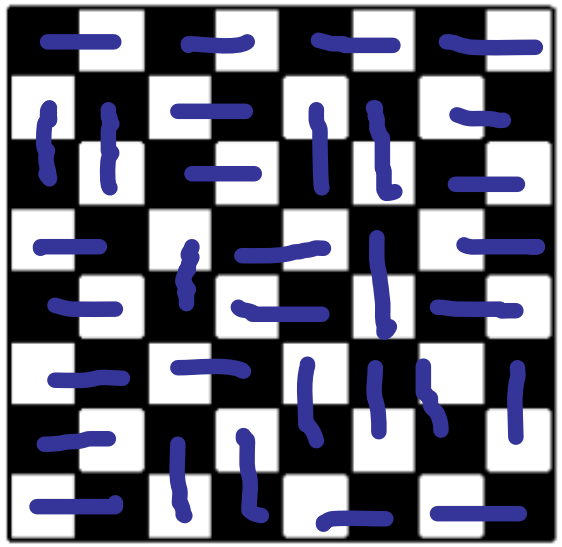
COPERTURE DI SCACCHIERE

Titolo nota 27/11/2009

1° LIVELLO

[redacted] e una scacchiera con le tessere del domino

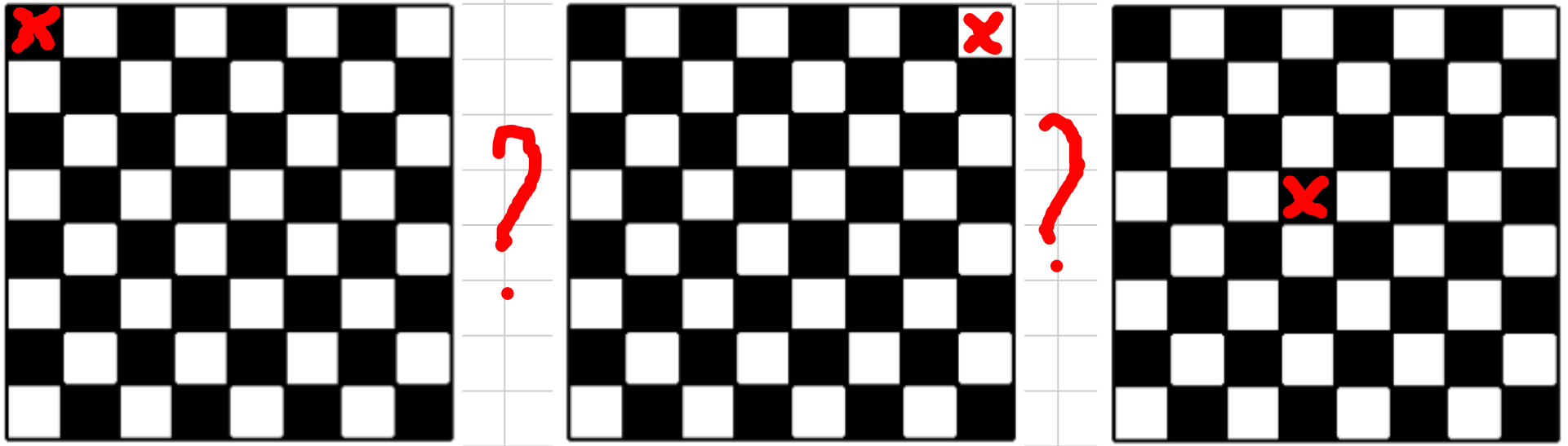




STRATEGIA PER TENTATIVI

2° LIVELLO

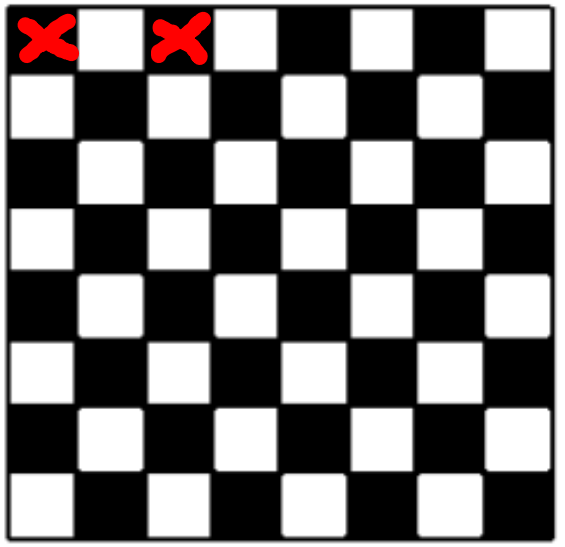
[redacted]una scacchiera con le tessere del [redacted]



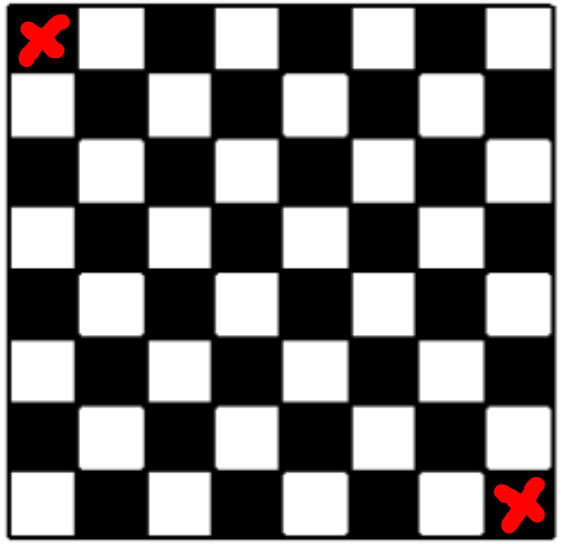
STRATEGIA PIU' EVOLUTA

Tutte le caselle meno due?

[redacted] **togliamo caselle dello stesso colore**



?



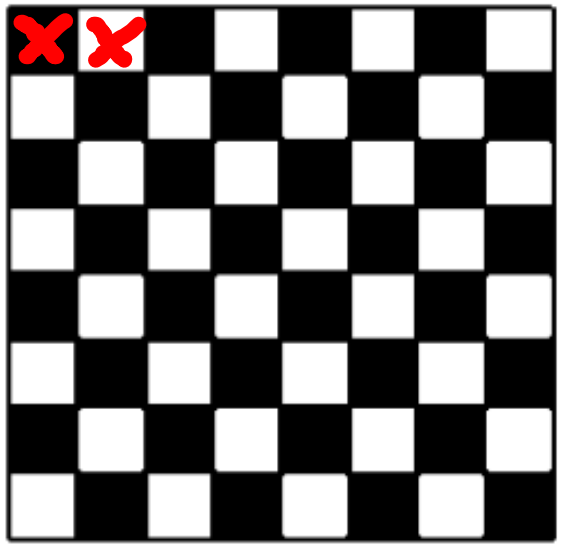
?

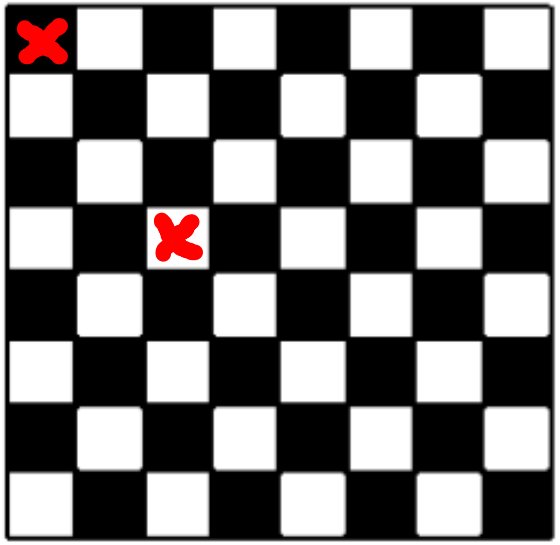
STRATEGIA CHE PORTA ALLE PRIME CONVINZIONI GENERALI

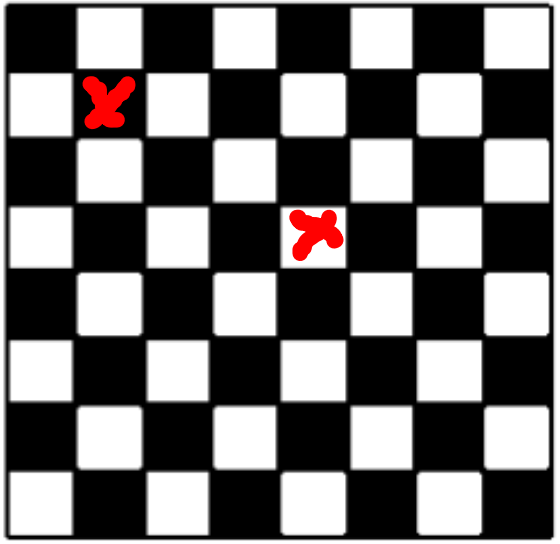
C.N. **LE CASELLE VIETATE DEVONO ESSERE DI COLORE DIVERSO**

TALE CONDIZIONE E' ANCHE SUFFICIENTE?

togliamo caselle di colore diverso

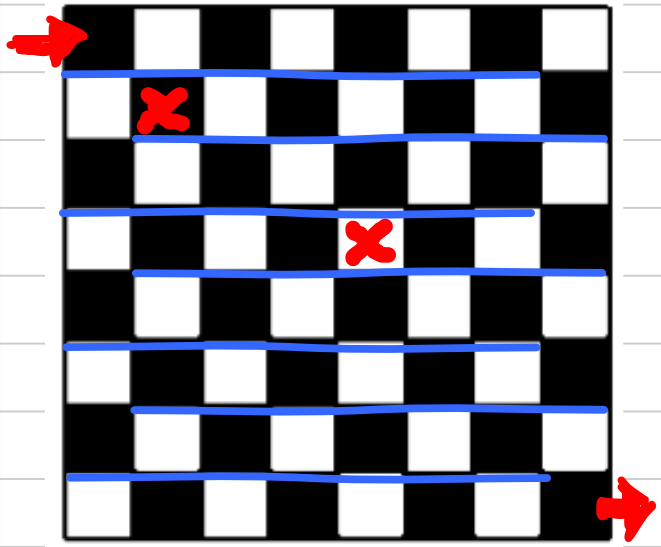




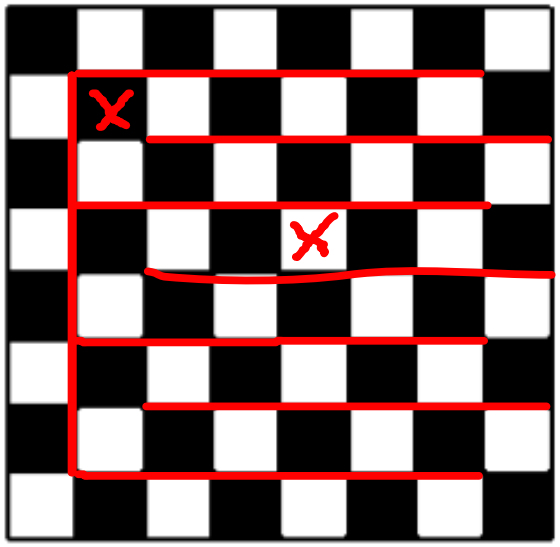


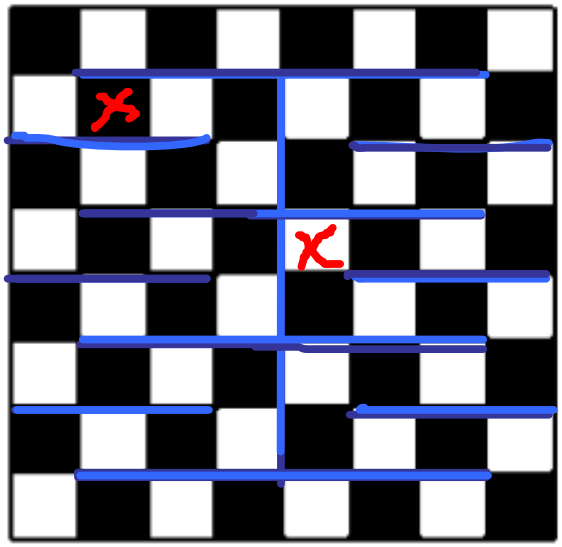
STRATEGIA DEL LABIRINTO

PERCORSO APERTO



PERCORSO CHIUSO



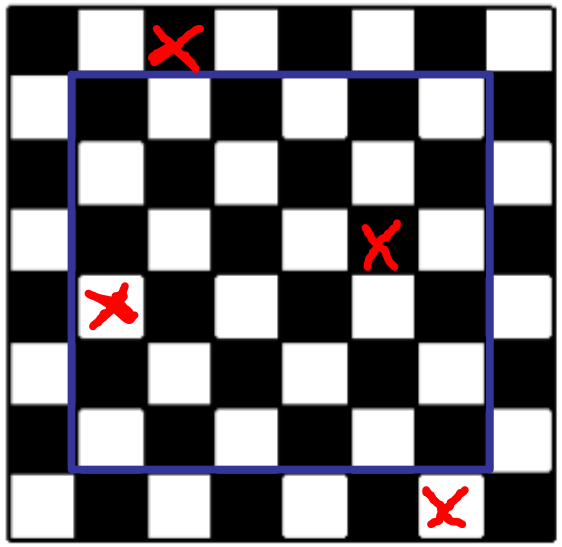


Se continuiamo a togliere?

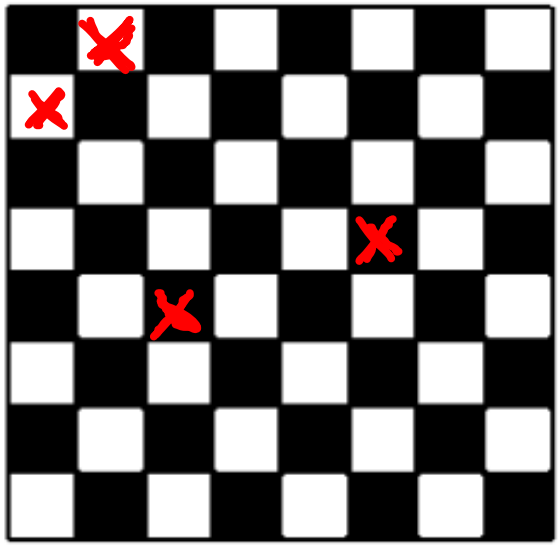
C. N.

Le caselle vietate devono essere metà nere e metà bianche

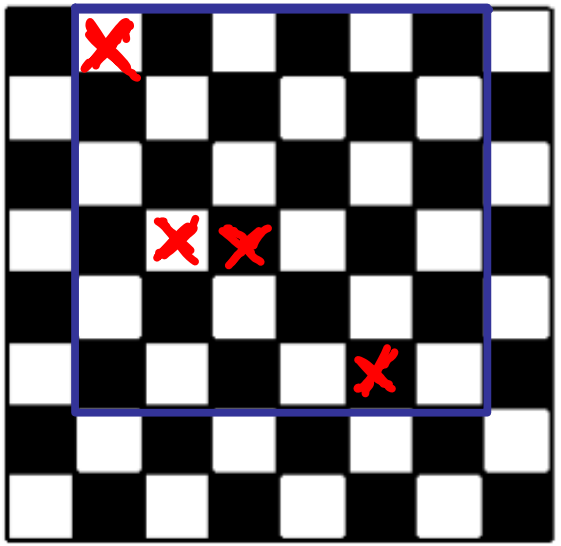
Togliamone quattro ..... tutte le posizioni vanno bene?



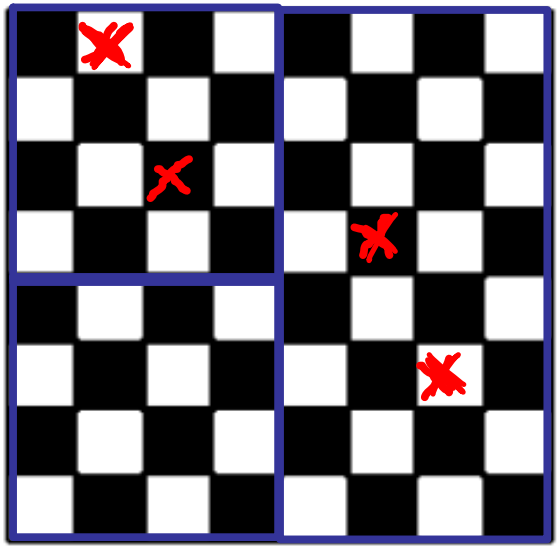
SI



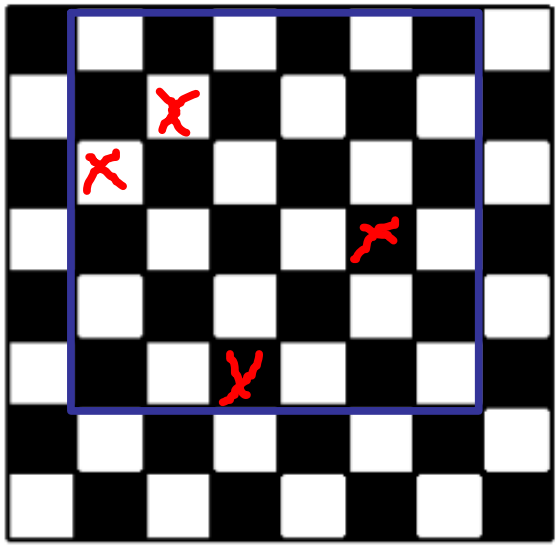
NO



SI



SI

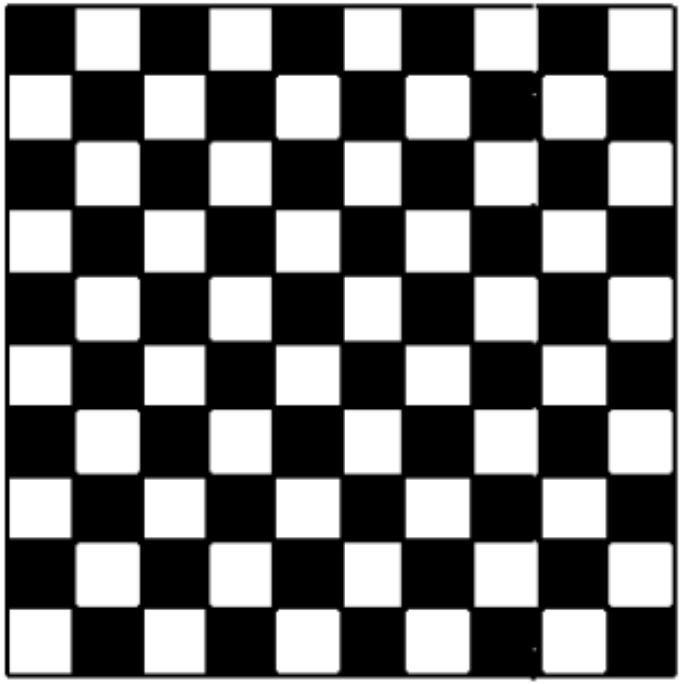


SI

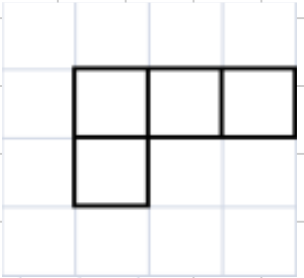
SI DIMOSTRA CHE

è possibile ricoprire il resto della scacchiera se ai bordi ci sono al più due caselle proibite di colore opposto.

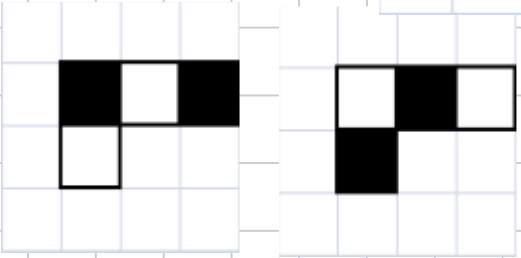
Il gioco si fa ancora più duro se viene vietato un maggior numero di caselle



SCACCHIERA 10 x 10 DA RICOPRIRE CON



Ogni tessera copre
2 CASELLE NERE

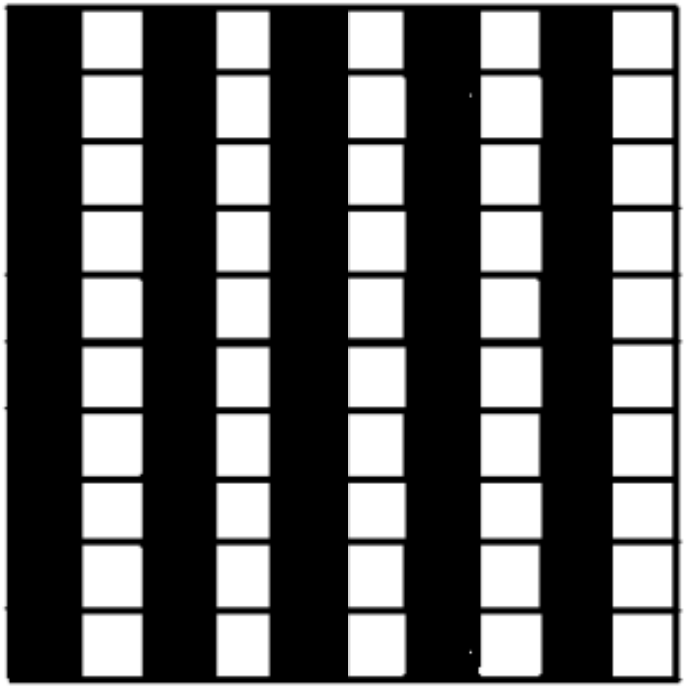


100 è multiplo di 4
quindi potrebbe funzionare ....

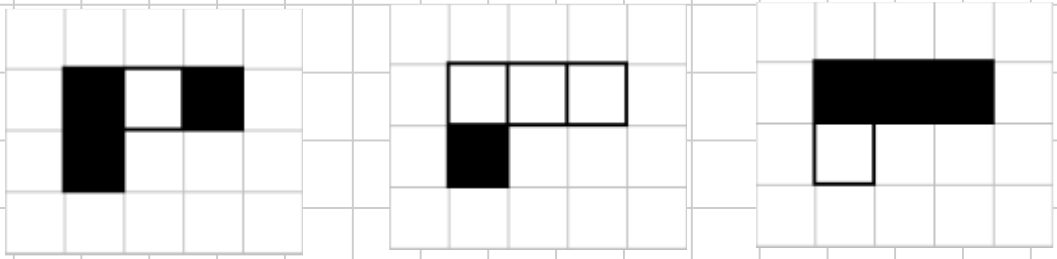
...ma la riuscita
dipende anche dalla forma
della tessera ?

ALTRA STRATEGIA:

cambiare colorazione



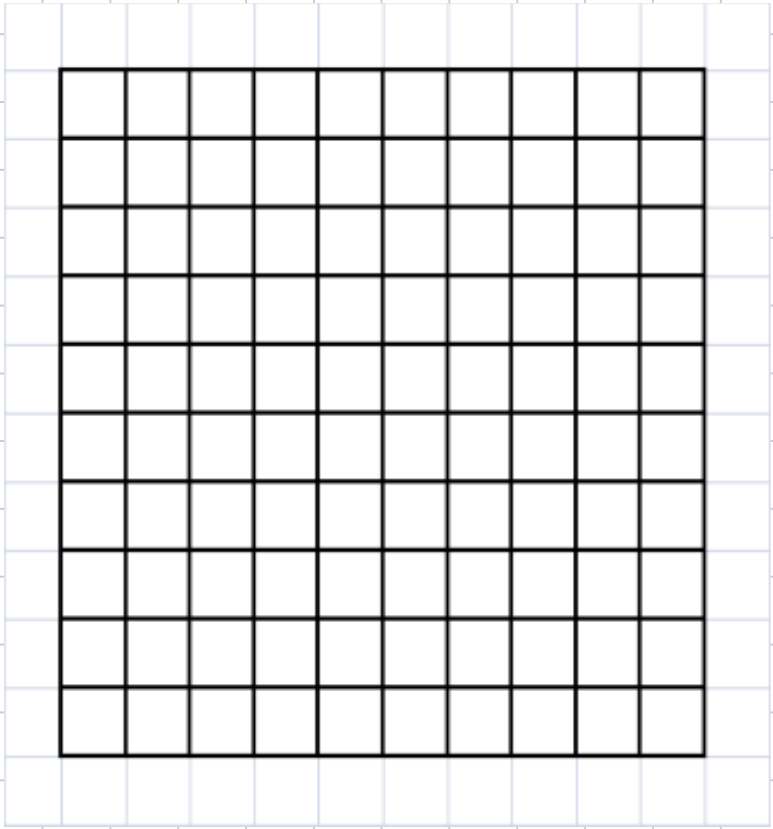
ADESSO SI HA

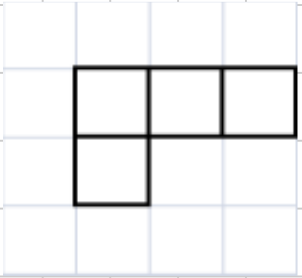


100 : 4 = 25 tasselli che coprono 3 o 1 caselle nere (che sono 50)

LA SOMMA DI 25 DISPARI NON PUO' FARE UN PARI !!!

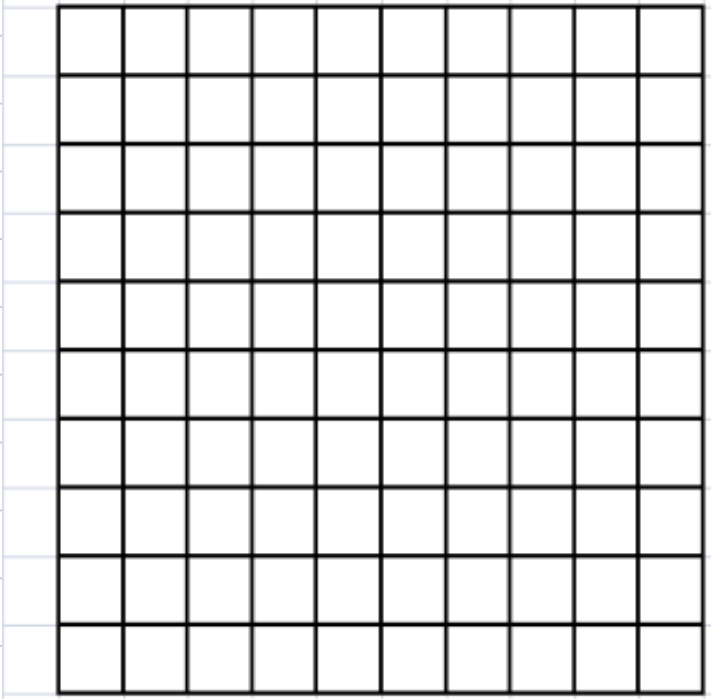
E se la scacchiera è monocolore?

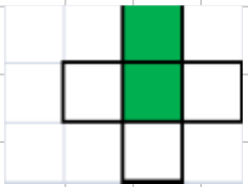


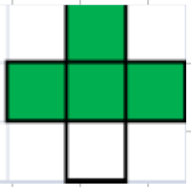


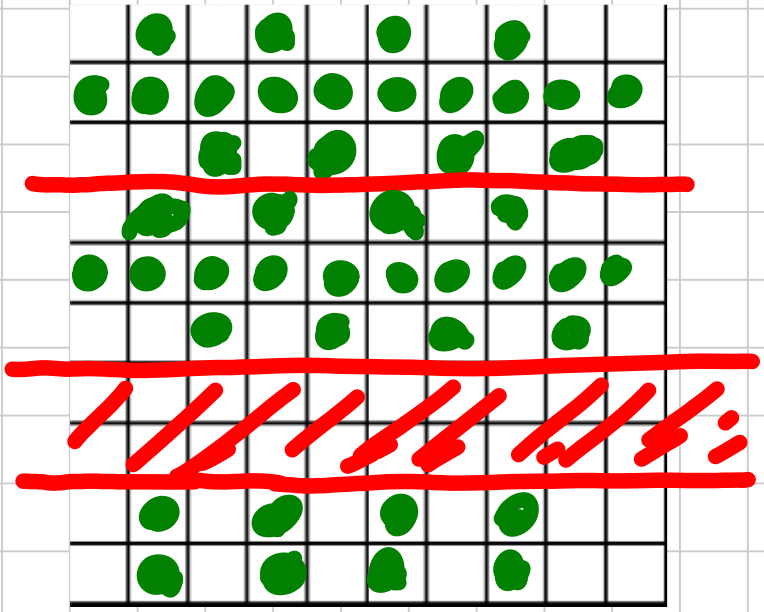
Esercizio 7. *Sia data una scacchiera* 20×20 *completamente bianca; È possibile colorare di verde un numero* dispari *di caselle in modo che ogni casella colorata abbia un numero dispari di caselle colorate adiacenti?*

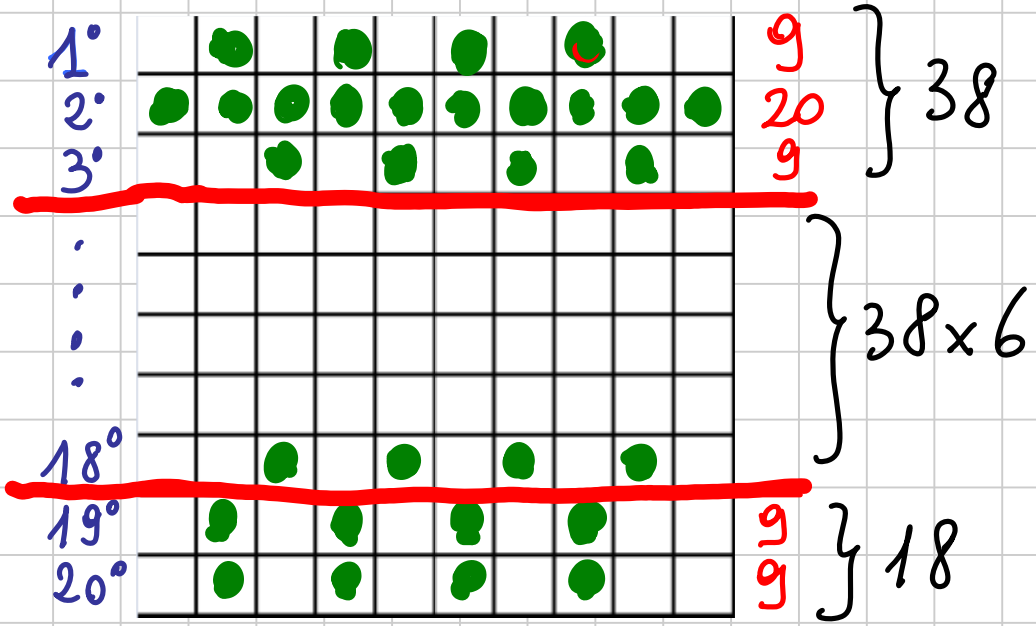
10 x 10







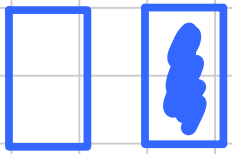




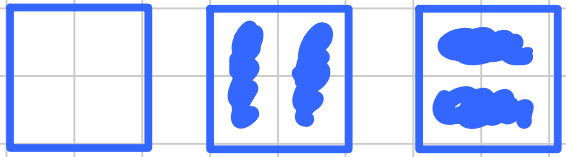
QUI LA STRATEGIA È PIÙ SOFISTICATA.

ALTRA CURIOSITA' SULLE COPERTURE

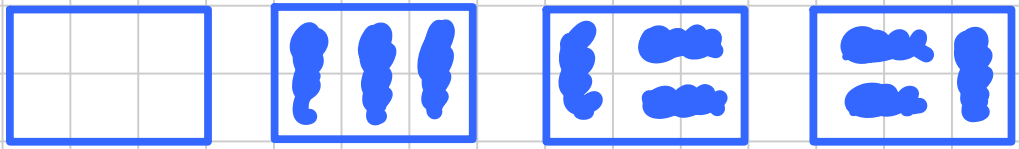
IL NUMERO DI COPERTURE CON IL DOMINO DI UN RETTANGOLO DI DIMENSIONI E' COLLEGATO ALLA SUCCESSIONE DI FIBONACCI.

2x1 

numero di coperture C(1)=1

2x2 

numero di coperture C(2)=1+1=2

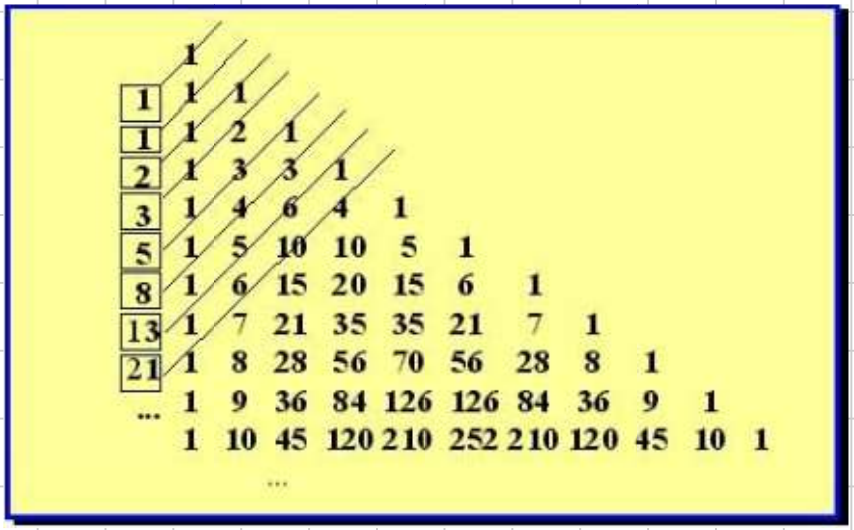
2x3 

numero di coperture C(3)=2+1=3

2 x 4

numero di coperture C(4)=3+2=5

PIU' IN GENERALE:



Le considerazioni precedenti consentono di esprimere il termine *(n+1)-mo* di Fibonacci attraverso un'espressione combinatoria.

1) Ogni copertura della striscia *2* x *n* è realizzabile combinando tessere verticali con coppie di tessere orizzontali (sovrapposte!!)

2) Il numero *m* di coppie di tessere orizzontali varia da 0 a *n/2* se *n* è pari, oppure da 0 a *(n-1)/2* se *n* è dispari.

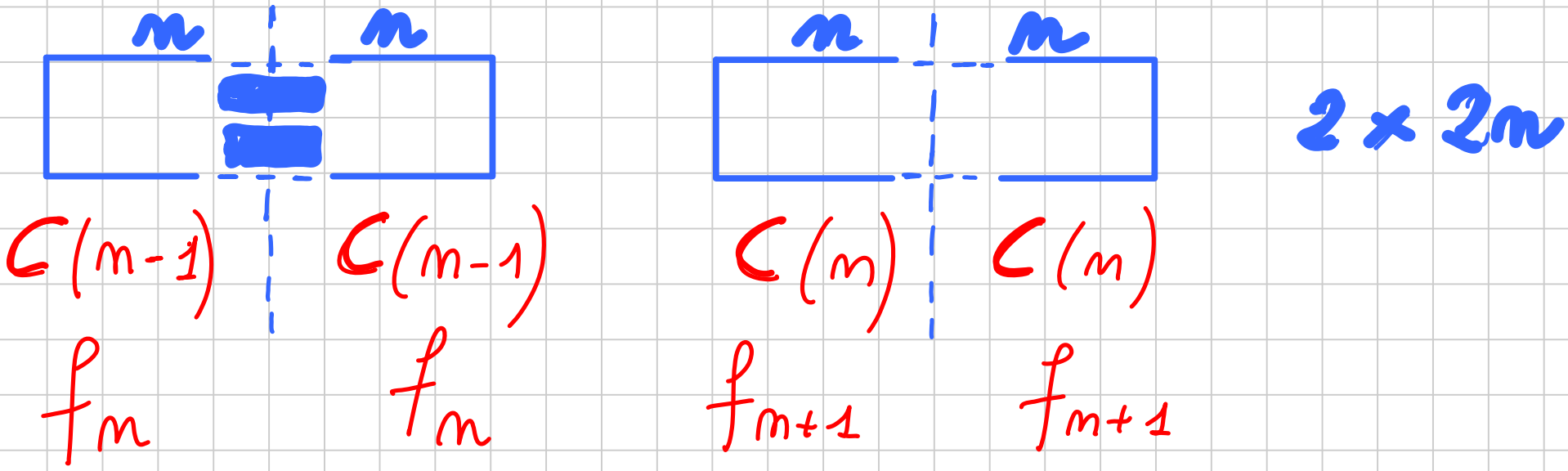
3) Se nella copertura ci sono *m* coppie di tessere orizzontali allora il resto è coperto da *n-2m* tessere verticali.

In conclusione, il numero di coperture sarà:

$$\sum_{m=0}^{[n/2]} \binom{n-m}{m} = f_{n+1}$$

ULTIMA PIETANZA PER I PIU' GOLOSI (... anche se sono satolli!!)

$$f_n^2 + f_{n+1}^2 = f_{2n+1}$$



BIBLIOGRAFIA
v. articolo di Roberto Tauraso in "La matematica del domino"