Test di autovalutazione

Marco Modugno

Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente, le Risorse ed il Territorio

Facoltà di Ingegneria, Università di Firenze

Via S. Marta 3, 50139 Firenze, Italia

email: `marco.modugno@unifi.it`

Test di autovalutazione per gli studenti.
In corso di stesura. Versione del: 2011.03.21. - 10.54.

INDICE

INTRODUZIONE

Lo studente può utilizzare gli esercizi e le domande del presente testo per saggiare la propria conoscenza dei prerequisiti e delle nozioni elementari del corso di Meccanica dei Continui.

Se lo studente non sa rispondere alle domande e non sa eseguire gli esercizi velocemente e senza incertezze, vuol dire che ha lacune più o meno gravi sui prerequisiti e sulle nozioni basilari del corso.

Naturalmente, la capacità di rispondere alle domande ed eseguire gli esercizi è una condizione necessaria, ma non sufficiente per la conoscenza dei prerequisiti e delle nozioni base del corso.

CAPITOLO 1

PREREQUISITI ELEMENTARI

Questo capitolo è dedicato ai test di nozioni elementari ed intuitive che dovrebbero far parte del bagaglio preuniversitario dello studente.

1.1 Geometria elementare

1.1.1 Esercizio.
Sia dato un piano π ed un punto p appartenente al piano. Quante sono le rette r ortogonali al piano π e passanti per il punto p? Disegnare tale/i retta/e.

Sia dato un piano π ed un punto p non appartenente al piano. Quante sono le rette r ortogonali al piano π e passanti per il punto p? Disegnare tale/i retta/e.

Sia data una retta r ed un punto p appartenente alla retta. Quanti sono i piani π ortogonali alla retta r e passanti per il punto p? Disegnare tale/i piano/i.

Sia data una retta r ed un punto p non appartenente alla retta. Quanti sono i piani π ortogonali alla retta r e passanti per il punto p? Disegnare tale/i piano/i.

1.1.2 Esercizio. Sia data una circonferenza c ed un suo punto p.
Quante sono le rette r tangenti alla circonferenza in p?
Tale/i retta/e r appartiene/appartengono al piano della circonferenza, o è/sono ortogonali a tale piano?

1.1.3 Domanda.
- Quanti sono i gradi di libertà delle rette passanti per un punto dato?
- Quanti sono i gradi di libertà dei piani passanti per un punto dato?

1.1.4 Esercizio.
- Sia dato un disco di raggio R.
Le misure dell'area A e della circonferenza C sono

$$A = ?\,, \qquad C = ?\,.$$

- Sia data una sfera di raggio R.
Le misure del volume V e della superficie S sono

$$A = ?\,, \qquad C = ?\,.$$

1.1.5 Esercizio.
- Sia dato un rettangolo i cui lati hanno lunghezza l_1 ed l_2.
La lunghezza della diagonale è

$$d = ?\,.$$

- Sia dato un parallelepipedo i cui lati hanno lunghezza l_1, l_2 ed l_3.
La lunghezza della diagonale è

$$d = ?\,.$$

1.1.6 Esercizio. Consideriamo una base ortonormale $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$. Qual'è la distanza tra i punti p e q, dove $q = 3\,\bar{e}_1 - 2\,\bar{e}_2 + 5\,\bar{e}_1 - 2\,\bar{e}_3 + 6\,\bar{e}_2 - 4\,\bar{e}_3$?

1.2 Trigonometria elementare

1.2.1 Esercizio. Sia dato un triangolo ABC. Supponiamo che l'angolo $\widehat{ACB}$ sia retto e denotiamo gli altri due angoli con $\phi := \widehat{CAB}$ e $\psi := \widehat{CBA}$.

Scrivere le relazioni trigonometriche tra le lunghezze dei cateti $|AC|$ e $|BC|$, la lunghezza dell'ipotenusa $|AB|$ e gli angoli ϕ e ψ.

1.2.2 Esercizio. Condideriamo un angolo ϕ misurato in radianti.
Completare le seguenti uguaglianze:

$$\sin(-\phi) = ?\,, \qquad \cos(-\phi) = ?\,,$$
$$\sin(\pi/2 - \phi) = ?\,, \qquad \cos(\pi/2 - \phi) = ?\,, \qquad \sin(\pi - \phi) = ?\,, \qquad \cos(\pi - \phi) = ?\,,$$
$$\sin(\pi/2 + \phi) = ?\,, \qquad \cos(\pi/2 + \phi) = ?\,, \qquad \sin(\pi + \phi) = ?\,, \qquad \cos(\pi + \phi) = ?\,.$$

1.2.3 Esercizio. Condideriamo due angoli ϕ e ψ misurati in radianti.
Completare le seguenti uguaglianze:

$$\sin(\phi + \psi) = ?\,, \qquad \cos(\phi + \psi) = ?\,, \qquad \sin(\phi - \psi) = ?\,, \qquad \cos(\phi - \psi) = ?\,.$$

CAPITOLO 2

NOZIONI PROPEDEUTICHE

Questo capitolo è dedicato ai test di nozioni elementari e propedeutiche dei corsi di Geometria, Analisi Differenziale e Fondamenti di Fisica.

2.1 Geometria

2.1.1 Basi

2.1.1 Domanda. Consideriamo uno spazio vettoriale.
- Come è definita una base?
- Come è definita una base ortonormale?
- Quante sono le basi?
- Quante sono le basi ortonormali?

2.1.2 Domanda. Consideriamo uno spazio vettoriale.
- Come si calcolano graficamente le componenti di un vettore secondo una base data?
- Come si calcolano graficamente ed analiticamente le componenti di un vettore secondo una base ortonormale data?

2.1.2 Calcolo del prodotto scalare e prodotto vettoriale

2.1.3 Esercizio. Siano dati i seguenti vettori:

$$\bar{u} = 3\,\bar{e}_2 - e_3 \qquad \text{e} \qquad \bar{v} = -\bar{e}_1 + 2\,\bar{e}_3\,.$$

Calcolare i seguenti prodotti ($\cdot$ = prodotto scalare, $\times$ = prodotto vettoriale):

$$\bar{u}\cdot\bar{u} = ?\,, \qquad \bar{v}\cdot\bar{v} = ?\,, \qquad \bar{u}\cdot\bar{v} = ?\,, \qquad \bar{u}\times\bar{v} = ?\,,$$
$$\bar{u}\cdot(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad \bar{v}\cdot(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad \bar{u}\times(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad (\bar{u}\times\bar{v})\times(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,.$$

2.1.4 Esercizio. Siano dati i seguenti vettori:

$$\bar{u} = -\bar{e}_2 + 2e_3 \qquad \text{e} \qquad \bar{v} = -2\,\bar{e}_1 + \bar{e}_3\,.$$

Calcolare i seguenti prodotti ($\cdot$ = prodotto scalare, $\times$ = prodotto vettoriale):

$$\bar{u}\cdot\bar{u} = ?\,, \qquad \bar{v}\cdot\bar{v} = ?\,, \qquad \bar{u}\cdot\bar{v} = ?\,, \qquad \bar{u}\times\bar{v} = ?\,,$$
$$\bar{u}\cdot(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad \bar{v}\cdot(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad \bar{u}\times(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,, \qquad (\bar{u}\times\bar{v})\times(\bar{u}\times\bar{v}) = ?\,.$$

2.1.3 Decomposizione di vettori

2.1.5 Esercizio. Siano dati i seguenti vettori:

$$\bar{u} = 3\,\bar{e}_1 - e_2\,, \qquad \bar{v} = -\bar{e}_1 + 2\,\bar{e}_2 \qquad \text{e} \qquad \bar{w} = 2\,\bar{e}_1 - \bar{e}_2\,.$$

Disegnare i vettori $\bar{u}$ e $\bar{v}$ e calcolare graficamente la loro somma.

Calcolare graficamente ed analiticamente la componente del vettore $\bar{w}$ parallela al vettore $\bar{u}$.

Calcolare graficamente ed analiticamente la componente del vettore $\bar{w}$ ortogonale al vettore $\bar{u}$.

Calcolare graficamente ed analiticamente la componente del vettore $\bar{w}$ paralella vettore $\bar{v}$.

Calcolare graficamente ed analiticamente la componente del vettore $\bar{w}$ ortogonale vettore $\bar{v}$.

2.1.6 Esercizio. Siano dati i seguenti vettori:

$$\bar{u} = 3\,\bar{e}_1 - e_2\,, \qquad \text{e} \qquad \bar{v} = -\bar{e}_1 + 2\,\bar{e}_2\,.$$

Calcolare (a meno del segno) il versore ortogonale ai vettori $\bar{u}$ e $\bar{v}$.

2.1.4 Applicazioni lineari e bilineari

2.1.7 Domanda. Siano dati due spazi vettoriali $\boldsymbol{U}$ e $\boldsymbol{V}$.
- Che vuol dire che un'applicazione $f : \boldsymbol{U} \to \boldsymbol{V}$ è lineare?
- Che vuol dire che un'applicazione $f : \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{V} \to \mathbb{R}$ è bilineare?

2.1.8 Domanda. Sia dato uno spazio vettoriale $\boldsymbol{V}$.
- Che cos'è un operatore lineare di $\boldsymbol{V}$?
- Che cos'è una forma lineare di $\boldsymbol{V}$?

2.1.9 Domanda. Sia dato uno spazio vettoriale $\boldsymbol{V}$ ed una base $(\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3)$.
- Com'è costruita la matrice (v^i) di un vettore $\bar{v} \in \boldsymbol{V}$?
- Com'è costruita la matrice (f^i_j) di un operatore lineare $\hat{f} : \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$?
- Com'è costruita la matrice (f_j) di una forma lineare $\underline{\alpha} : \boldsymbol{V} \to \mathbb{R}$?
- Com'è costruita la matrice (f_{ij}) di una forma bilineare $\underline{f} : \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{V} \to \mathbb{R}$?

2.1.10 Esercizio. Siano dati due vettori $\bar{u}$, $\bar{v} \in \bar{\boldsymbol{P}}$. Dire quali delle seguenti applicazioni sono lineari o bilineari:

$$\bar{x} \mapsto |\bar{x}|\,,$$
$$\bar{x} \mapsto \bar{v} \cdot \bar{x}\,, \qquad \bar{x} \mapsto \bar{x} \cdot \bar{x}\,, \qquad (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} \cdot \bar{y}\,,$$
$$\bar{x} \mapsto \bar{v} \times \bar{x}\,, \qquad \bar{x} \mapsto \bar{x} \times \bar{x}\,, \qquad (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} \times \bar{y}\,,$$
$$\bar{x} \mapsto \bar{x} \cdot (\bar{x} \times \bar{v})\,, \qquad \bar{x} \mapsto \bar{u} \cdot (\bar{x} \times \bar{v})\,,$$
$$\bar{x} \mapsto \bar{x} \times (\bar{x} \times \bar{v})\,, \qquad \bar{x} \mapsto \bar{u} \times (\bar{x} \times \bar{v})\,,$$
$$(\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} \cdot (\bar{y} \times \bar{v})\,, \qquad (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{u} \cdot (\bar{x} \times \bar{y})\,,$$
$$(\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{x} \times (\bar{y} \times \bar{v})\,, \qquad (\bar{x}, \bar{y}) \mapsto \bar{u} \times (\bar{x} \times \bar{y})\,.$$

2.1.5 Autovettori ed autovalori di operatori lineari

2.1.11 Domanda. Sia dato un operatore lineare.
- Com'è definito un autovettore? Com'è definito l'autovalore di un autovettore?
- Com'è definito un autovalore?
- Qual'è il metodo generale per trovare gli autovalori?
- Qual'è il metodo generale per trovare gli autovettori?
- Cos'è il polinomio caratteristico?
- Cosa sono le radici del polinomio caratteristico?

2.1.12 Domanda.
- Che vuo dire che un operatore lineare è simmetrico.
- Cosa dice il teorema spettrale per un operatore lineare simmetrico?

2.1.13 Esercizio. Sia dato l'operatore lineare simmetrico

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} .$$

Verificare direttamente mediante la definizione di autovettore se ciascuno dei seguenti vettori è o non è un autovettore dell'operatore lineare (f) :

$$(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} , \qquad (v) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

2.1.14 Esercizio. Sia dato l'operatore lineare simmetrico

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Verificare direttamente mediante la definizione di autovettore se ciascuno dei seguenti vettori è o non è un autovettore dell'operatore lineare (f) :

$$(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} , \qquad (v) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad (z) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

2.1.15 Esercizio. Sia dato l'operatore lineare simmetrico

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Verificare direttamente mediante la definizione di autovettore se ciascuno dei seguenti vettori è o non è un autovettore dell'operatore lineare (f) :

$$(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} , \qquad (v) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad (w) = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad (z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

2.1.16 Esercizio. Sia dato l'operatore lineare simmetrico

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Trovare gli autovalori di (f) senza calcolare le radici del polinomio caratteristico.

2.1.17 Esercizio. Sia dato l'operatore lineare simmetrico

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Trovare gli autovalori di (f) senza calcolare le radici del polinomio caratteristico.

2.1.6 Operatori ortogonali

2.1.18 Esercizio. Siano dati gli operatori lineari

$$(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (g) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (h) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (l) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & 0 \end{pmatrix}, \qquad (m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

Dire se questi operatori sono ortogonali o no, verificando se soddisfano la proprietà caratteristica degli operatori ortogonali.

2.2 Analisi differenziale

2.2.1 Funzioni elementari

2.2.1 Domanda.
- Qual'è il dominio della funzione esponenziale?
- Com'è definita la funzione logaritmo?
- Qual'è il dominio della funzione logaritmo?

2.2.2 Esercizio. Calcolare i seguenti valori.

$$\exp(0) = ?\,, \qquad \exp(1) = ?\,, \qquad \exp(-1) = ?\,, \qquad \log(1) = ?\,,$$
$$\exp x \, \exp y = ?\,, \qquad (\exp x)^n = ?\,,$$
$$\lim_{x\to\infty} \exp(x) = ?\,, \qquad \lim_{x\to-\infty} \exp(x) = ?\,, \qquad \lim_{x\to\infty} \log(x) = ?\,, \qquad \lim_{x\to 0} \log(x) = ?\,.$$

2.2.2 Derivate

2.2.3 Domanda.
- Com'è definita la derivata di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?
- Com'è definita la derivata parziale rispetto alla prima variabile di una funzione $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

2.2.4 Esercizio. Calcolare le seguenti derivate.

$$\begin{gathered}
\frac{d}{dx}\,(ax) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\,(ax + bx^2) = ?\,, \\
\frac{d}{dx}\,\sqrt{x} = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\,(\sqrt{ax + bx^2}) = ?\,, \\
\frac{d}{dx}\sin(\omega x) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\cos(\omega x) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\sin(-\omega x) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\cos(-\omega x) = ?\,, \\
\frac{d}{dx}\exp x = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\log x = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\exp(-x) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\log(-x) = ?\,, \\
\frac{d}{dx}\sin\,(ax + bx^2) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\cos\,(ax + bx^2) = ?\,, \\
\frac{d}{dx}\exp\,(ax + bx^2) = ?\,, \qquad \frac{d}{dx}\log\,(ax + bx^2) = ?\,.
\end{gathered}$$

2.2.5 Esercizio. Calcolare le seguenti derivate parziali.

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial x}\,(axy) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial x}\,(axy + bx^2y^3) = ?\,, \\
\frac{\partial}{\partial x}\,(\sqrt{axy}) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial x}\,(\sqrt{axy + bx^2y^3}) = ?\,, \\
\frac{\partial}{\partial x}\sin(\omega xy) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial x}\cos(\omega xy) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\sin(\omega xy^2) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\cos(\omega x^2) = ?\,, \\
\frac{\partial}{\partial x}\exp x = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial x}\log x = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\exp(xy^2) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\log(xy^2) = ?\,, \\
\frac{\partial}{\partial x}\sin\,(axy) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial x}\cos\,(axy) = ?\,, \\
\frac{\partial}{\partial y}\exp\,(axy + bx^2y^3) = ?\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\log\,(axy + bx^2y^3) = ?\,.
\end{gathered}$$

2.2.3 Integrali

2.2.6 Domanda.
- Cos'è l'integrale indefinito di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?
- Cos'è l'integrale definito di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

2.2.7 Esercizio. Calcolare i seguenti integrali:

$$\int ax\,dx = ?\,, \qquad \int (ax + bx^2)\,dx = ?\,,$$
$$\int \sin x\,dx = ?\,, \qquad \int \cos x\,dx = ?\,,$$
$$\int \sin \omega x\,dx = ?\,, \qquad \int \cos \omega x\,dx = ?\,,$$
$$\int \exp x\,dx = ?\,, \qquad \int \log x\,dx = ?\,,$$
$$\int \exp \omega x\,dx = ?\,, \qquad \int \log \omega x\,dx = ?\,,$$

2.3 Fondamenti di fisica

2.3.1 Domanda. Sia dato un moto $c : \boldsymbol{T} \to \boldsymbol{P}$.
Cos'è la velocità del moto?
Cos'è l'accelerazione del moto?

2.3.2 Domanda. Sia data una curva $c : \mathbb{R} \to \boldsymbol{P}$ ed una forza F posizionale.
Cos'è il lavoro della forza lungo la curva?

2.3.3 Domanda. Sia dato un moto $c : \boldsymbol{T} \to \boldsymbol{P}$ ed una forza F dipendente dal tempo, dalla posizione e dalla velocità.
Cos'è il lavoro della forza lungo il moto?

2.3.4 Domanda. Sia data una forza posizionale $\bar{F}$.
Cosè il rotore della forza?

2.3.5 Domanda. Sia data una forza posizionale $\bar{F}$.
- In che caso la forza è conservativa?
- Qual'è la condizione necessaria e sufficiente perché la forza sia globalmente conservativa?
- Qual'è la condizione necessaria e sufficiente perché la forza sia localmente conservativa?

2.3.6 Domanda. Sia data una forza posizionale $\bar{F}$.
- Cos'è il potenziale della forza?
- Cos'è l'energia potenziale della forza?

2.3.7 Domanda. Sia data una particella di massa m . Siano $\bar{v}$ ed $\bar{a}$ la sua velocità ed accelerazione. Sia $\bar{F}$ la forza applicata alla particella.
- Cos'è la quantità di moto?
- Cos'è l'energia cinetica?
- Qualè la legge di moto di Newton?
- Qual'è la potenza della forza?

2.3.8 Domanda. Sia data una particella soggetta ad una forza.
Cosa dice il teorema dell'energia cinetica?

2.3.9 Domanda. Sia data una particella soggetta ad una forza conservativa.
Cosa dice il teorema di conservazione dell'energia?

CAPITOLO 3

MECCANICA DEI CONTINUI

Questo capitolo è dedicato ai test di nozioni fondamentali del corso di Meccanica dei Continui.

3.1 Geometria delle masse

3.1.1 Sistemi di masse

3.1.1 Domanda.
- Cos'è un sistema discreto di masse?
- Cos'è un sistema continuo di masse?
- Cos'è la densità di massa?
- Cos'è la massa totale di un sistema di masse?

3.1.2 Centro di massa

3.1.2 Domanda.
- Cos'è il centro di massa di un sistema di masse?
- Come si calcola in pratica il centro di massa di un sistema di masse (espressione intrinseca tramite la scelta di un polo ed espressione in coordinate cartesiane)?
- Cos'è la propretà distributiva del centro di massa?
- Cos'è la propretà distributiva del centro di massa?
- Cos'è la propretà di convessità del centro di massa?
- Che relazione c'è tra centro di massa ed eventuale simmetria del sistema di masse?
- Come si trova il centro di massa di un triangolo omogeneo?

3.1.3 Tensore d'inerzia

3.1.3 Domanda.
- Cos'è il tensore d'inerzia di un sistema di masse (come operatore lineare e come forma bilineare)?
- Quali sono le proprietà algebriche fondamentali del tensore d'inerzia?
- Che vuol dire algebricamente e fisicamente che il tensore d'inerzia è simmetrico?
- Cos'è il momento d'inerzia rispetto ad una retta (definizione diretta e definizione tramite il tensore d'inerzia)?
- Cos'è il momento deviatorio rispetto ad una retta?
- Se conosco i momenti d'inerzia ed i momenti deviatori rispetto a tre assi ortogonali, come faccio a calcolare il momento d'inerzia ed il momento deviatorio rispetto ad una retta qualunque?
- Cos'è un asse principale del tensore d'inerzia?
- Che relazione c'è tra momenti d'inerzia ed autovalori del tensore d'inerzia?
- Che vuol dire diagonalizzare il tensore d'inerzia?
- Cosa dice il teorema spettrale nel caso del tensore d'inerzia?
- Cosa sono gli invarianti del tensore d'inerzia?
- Cosa dice il teorema sui sistemi piani?
- Cosa dice il teorema di Huygens?

3.2 Cinematica

3.2.1 Moti continui

3.2.1 Domanda.
- Cos'è un moto continuo?
- Cos'è il dominio istantaneo spaziale di un moto continuo?
- Cos'è il dominio spazio temporale di un moto continuo?

3.2.2 Grandezze cinematiche

3.2.2 Domanda. Si consideri un moto continuo.

- Cos'è la velocità (in forma lagrangiana ed in forma euleriana)? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è l'accelerazione (in forma lagrangiana ed in forma euleriana)? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è l'operatore jacobiano? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è il tensore delle deformazioni? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è il tensore delle rotazioni? Qual'è il suo significato fisico?
- Come si decompone l'operatore jacobiano? Qual'è il significato fisico di tale decomposizione?
- Cos'è il determinante dell'operatore jacobiano? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è la derivata spaziale della velocità? Qual'è il suo significato fisico?
- Come si decompone la derivata spaziale della velocità? Qual'è il significato fisico di queste componenti?
- Cos'è la derivata temporale dell'operatore jacobiano? Qual'è il suo significato fisico?
- Che relazione c'è tra la derivata temporale dell'operatore jacobiano e la derivata spaziale della velocità?
- Cosè il tensore delle rotazioni infinitesime? Qual'è il suo significato fisico?
- Cosè la velocità angolare? Qual'è il suo significato fisico?
- Cosè il tensore delle deformazioni infinitesime? Qual'è il suo significato fisico?
- Cos'è la divergenza della velocità? Qual'è il suo significato fisico?

3.2.3 Tipi di moti continui

3.2.3 Domanda.
- Che vuol dire che un moto continuo è traslatorio?
- Che vuol dire che un moto continuo è stazionario?
- Che vuol dire che un moto continuo è rigido?
- Che vuol dire che un moto continuo è irrotazionale?

3.2.4 Domanda.
- Come si definisce un moto rigido?

- Qual'è espressione caratterizzante un motto rigido?
- Quanti gradi di libertà hanno i moti rigidi (rispondere tramite un ragionamento discreto ed analizzando l'espressione dei moti rigidi)?
- Qualè l'espressione caratterizzante la velocità di un moto rigido?
- Cos'è la componente traslatoria della velocità di un moto rigido?
- Cos'è la componente rotatoria della velocità di un moto rigido?
- Cos'è l'asse istantaneo di rotazione di un moto rigido?

3.3 Grandezze globali

3.3.1 Valore globale di una grandezza

3.3.1 Domanda. Si consideri un moto continuo.

- Com'è definito il valore globale di una grandezza (in forma euleriana) rispetto ad un sottodominio del continuo?
- Da quale variabile dipende il valore globale di una grandezza (in forma euleriana) rispetto ad un sottodominio del continuo?
- Qual'è l'espressione della derivata (rispetto al tempo) del valore globale di una grandezza (in forma euleriana) rispetto ad un sottodominio del continuo?

3.3.2 Domanda. Si consideri un moto continuo. Qual'è il significato fisico del valore globale della

- densità di massa?
- densità di quantità di moto?
- densità di momento della quantità di moto?
- densità di energia cinetica?
- densità di forza di volume?
- densità di forza superficiale (relativamente al bordo interno del sottodominio)?
- densità di carico (relativamente al bordo esterno del sottodominio)?

3.3.2 Conservazione della massa

3.3.3 Domanda. Si consideri un moto continuo.

- Com'è formulata in forma integrale la conservazione della massa? Qual'è il significato fisico di questa equazione?
- Com'è formulata in forma differenziale la conservazione della massa?
- Qual'è l'equazione di continuità in forma euleriana? Qual'è il significato fisico di questa equazione? Perché questa equazione è detta in forma euleriana?
- Qual'è l'equazione di continuità in forma lagrangiana? Qual'è il significato fisico di questa equazione? Perché questa equazione è detta in forma lagrangiana?

3.3.3 Teorema del trasporto

3.3.4 Domanda. - A quale tipo di grandezze si applica il teorema del trasporto?

- Cosa dice il teorema del trasporto?
- Cosa dice il teorema del trasporto nel caso particolare della
- densità di massa?
- densità di quantità di moto?
- densità di momento della quantità di moto?
- densità di energia cinetica?

3.4 Dinamica

3.4.1 Tensore delle tensioni

3.4.1 Domanda.
- Cos'è il tensore delle tensioni (come operatore lineare e come forma bilineare)?
- Che significato ha il valore dell'operatore delle tensioni applicato ad un vettore di lunghezza diversa da 1?
- Quali sono le proprietà algebriche fondamentali del tensore delle tensioni?
- Che vuol dire algebricamente e fisicamente che il tensore delle tensioni è simmetrico?
- Il tensore d'inerzia è definito positivo?
- Cos'è lo sforzo normale relativo ad una faccia?
- Cos'è lo sforzo di taglio relativo ad una faccia?
- Se conosco gli sforzi normali e gli sforzi di taglio relativi a tre facce ortogonali, come faccio a calcolare lo sforzo normale e lo sforzo di taglio rispetto ad una faccia qualunque?
- Se conosco lo sforzo totale rispetto ad una faccia, come faccio a calcolare lo sforzo normale e lo sforzo di taglio?
- Cos'é una faccia principale del tensore delle tensioni?
- Cos'è un asse principale del tensore delle tensioni?
- Che relazione c'è tra sforzi normali ed autovalori del tensore delle tensioni?
- Che vuol dire diagonalizzare il tensore delle tensioni?
- Cosa dice il teorema spettrale nel caso del tensore delle tensioni?
- Cosa sono gli invarianti del tensore delle tensioni?
- Che vuol dire che il tensore delle tensioni è eventualmente isotropo?
- Cosa dice il teorema di Pascal sui tensori delle tensioni isotropi?

3.4.2 Domanda. Discutere le analogie e (le differenze) tra il tensore d'inerzia ed il tensore delle tensioni, riguardo ai seguenti argomenti:
- momenti d'inerzia e sforzi normali,
- momenti deviatori e sforzi di taglio,
- assi principali e facce principali,
- linearità,
- simmetria,
- rappresentazione matriciale,
- diagonalizzazione,
- definita positività,
- invarianti.

3.4.2 Equazione di moto

3.4.3 Domanda.
- Cosa dice la prima equazione cardinale? A quali sottodomini occorre applicare la prima equazione cardinale?

- Cosa dice la seconda equazione cardinale? A quali sottodomini occorre applicare la seconda equazione cardinale?
- Cosa dice la prima equazione cardinale per la statica? A quali sottodomini occorre applicare la prima equazione cardinale per la statica?
- Cosa dice la seconda equazione cardinale per la statica? A quali sottodomini occorre applicare la seconda equazione cardinale per la statica?

3.4.4 Domanda.
- Qual'è il bilancio tra i gradi di libertà di un moto continuo e le equazioni cardinali?
- Nel caso particolare di un sistema rigido, a quali sottinsiemi occorre applicare le equazioni cardinali? Nel caso particolare di un sistema rigido, qualè il bilancio tra i gradi di libertà di un moto continuo e le equazioni cardinali?

3.4.5 Domanda.
- Cosa dice l'equazione di moto in forma differenziale?
- Cosa dice l'equazione della statica in forma differenziale?

3.4.6 Domanda. - Qual'è il bilancio tra i gradi di libertà di un moto continuo e l'equazione di moto in forma differenziale?

3.4.7 Domanda. Si consideri il problema fondamentale della dinamica di un continuo.
- Quali sono le incognite e quali sono i dati del problema?
- Quanti sono i gradi di libertà delle incognite?
- Quali sono le equazioni differenziali che corrispondono alle incognite?
- Qual'è il bilancio tra gradi di libertà delle incognite ed equazioni differenziali?

3.4.8 Domanda.
Cosa dice il teorema dell'energia cinetica?
Qual'è la sua interpretazione fisica?

3.5 Esempi di leggi costitutive

3.5.1 Fluidi

3.5.1 Domanda.
- Cos'è un fluido ideale?
- Cos'è un fluido ideale omogeneo?
- Cos'è un fluido barotropico?
- Cos'è un fluido incomprimibile?
- Qual'è il bilancio tra i gradi di libertà del tensore delle tensioni e la legge costitutiva per un fluido ideale ed un fluido ideale barotropico?

3.5.2 Domanda.
- Cosa diventa l'equazione di moto in forma differenziale per un fluido ideale?
- Come si può scrivere l'equazione di moto in forma differenziale per un fluido barotropico?
- Cosa dice il teorema di Bernoulli? Qual'è il significato fisico e l'utilità pratica di questo teorema?

3.5.2 Elastici

3.5.3 Domanda.
- Com'è definito un sistema elastico?
- Cos'è l'energia potenziale elastica?
- Che relazione c'è tra il potenziale elastico ed il tensore delle tensioni?

3.5.4 Domanda.
- Cos'è l'approssimazione lineare della legge costitutiva elastica?
- Cos'è il tensore dell'elasticità $\widehat{K}$ della legge costitutiva elastica linearizzata?
- Quante componenti indipendenti ha il tensore dell'elasticità $\widehat{K}$ della legge costitutiva elastica linearizzata?

3.5.5 Domanda.
- Che vuol dire che un sistema elastico linearizzato è omogeneo?
- Che vuol dire che un sistema elastico linearizzato è isotropo?
- Cosa diventa la legge costitutiva per un sistema elastico linearizzato è isotropo?
- Cme sipuò invertire la legge costitutiva per un sistema elastico linearizzato è isotropo?