

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 25/10/2013.

Nome e Cognome:

Compito A

1. Dimostrare che il determinante di una matrice $\mathbf{A} \in M_{n,n}(\mathbb{C})$ è il prodotto dei suoi autovalori.
2. Sia $A : X \rightarrow Y$ un operatore tra spazi euclidei. Cos'è e come si caratterizza l'inversa di Moore-Penrose?
3. Sia A un operatore autoaggiunto su uno spazio euclideo X . Se A è semidefinito positivo, dire quali relazioni intercorrono tra gli autovalori e gli autospazi di A e gli autovalori e gli autospazi di A^4 .
4. Calcolare le potenze $\{\mathbf{A}^n\}$ della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
5. Siano dati i punti del piano $P_1 = (0, 1)$, $P_2 = (1, 2)$, $P_3 = (2, 5)$, $P_4 = (3, 7)$ e $P_5 = (4, 1)$. Calcolare la retta di regressione lineare.
6. Trovare la successione $\{x_n\}$ soluzione della ricorrenza
$$\begin{cases} x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0 \quad \forall n \geq 0, \\ x_0 = 0, x_1 = 1. \end{cases}$$
.
7. Come si modellano le estrazioni del lotto?
8. Cos'è uno spazio probabilizzato?
9. Una ditta produce apparecchi con un tasso di malfunzionamento dell'8%. Viene quindi attivato un test di collaudo. Su un campione di apparecchiature il test non viene superato dall'80% delle apparecchiature guaste e dall'1% delle apparecchiature funzionanti. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che una apparecchiatura messa in commercio dopo aver superato il test sia difettosa?
10. Un'urna contiene 5 palline bianche, 5 palline rosse e 10 palline nere numerate da 1 a 20. Si estraggono due palline (senza reimbussolamento). Calcolare, giustificando la risposta, la probabilità che le due palline siano dello stesso colore.
11. Abbiamo 2 urne. La prima urna contiene 3 palline rosse, 5 palline bianche e 7 palline nere; la seconda contiene 5 palline rosse, 5 palline bianche e 5 palline nere, tutte numerate. Si estraggono a caso due palline da una medesima urna scelta a caso (senza reimbussolare). Sono entrambe nere. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che le palline siano state estratte dalla seconda urna?

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 25/10/2013.

Nome e Cognome:

Compito B

1. Dimostrare che la traccia di una matrice $\mathbf{A} \in M_{n,n}(\mathbb{C})$ è la somma dei suoi autovalori.
2. Sia $A : X \rightarrow Y$ un operatore tra spazi euclidei. Enunciare e dimostrare il teorema dell'alternativa.
3. Sia A un operatore autoaggiunto su uno spazio euclideo X . Se A è semidefinito positivo, cosa indica $A^{1/2}$?
4. Calcolare le potenze $\{\mathbf{A}^n\}$ della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
5. Siano dati i punti del piano $P_1 = (1, 2)$, $P_2 = (1, 3)$, $P_3 = (2, 4)$, $P_4 = (3, 4)$ e $P_5 = (4, 1)$. Calcolare la retta di regressione lineare.
6. Trovare la successione $\{x_n\}$ soluzione della ricorrenza
$$\begin{cases} x_{n+2} + x_{n+1} - 6x_n = 0 \quad \forall n \geq 0, \\ x_0 = 0, x_1 = 1. \end{cases}$$
.
7. Come si modellano le mani servite nel gioco del poker con 52 carte?
8. Enunciare e dimostrare la formula della probabilità totali.
9. Una ditta produce apparecchi con un tasso di malfunzionamento dell'10%. Viene quindi attivato un test di collaudo. Su un campione di apparecchiature il test non viene superato dall'90% delle apparecchiature guaste e dall'2% delle apparecchiature funzionanti. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che una apparecchiatura messa in commercio dopo aver superato il test sia difettosa?
10. Un'urna contiene 5 palline bianche, 4 palline rosse e 11 palline nere numerate da 1 a 20. Si estraggono due palline (senza reimbussolamento). Calcolare, giustificando la risposta, la probabilità che le due palline siano dello stesso colore.
11. Abbiamo 2 urne. La prima urna contiene 7 palline rosse, 5 palline bianche e 3 palline nere; la seconda contiene 3 palline rosse, 5 palline bianche e 7 palline nere, tutte numerate. Si estraggono a caso due palline da una medesima urna scelta a caso (senza reimbussolare). Sono entrambe nere. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che le palline siano state estratte dalla seconda urna?

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 25/10/2013.

Nome e Cognome:

Compito C

1. Enunciare il teorema di decomposizione di Schur.
2. Sia $A : X \rightarrow Y$ un operatore tra spazi euclidei. Sia \mathbf{A} la matrice associata ad A in una base. Scrivere la matrice associata ad A^* nella stessa base.
3. Sia A un operatore autoaggiunto su uno spazio euclideo X . Quali proprietà hanno gli autovalori e gli autospazi di A ?
4. Calcolare le potenze $\{\mathbf{A}^n\}$ della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.
5. Siano dati i punti del piano $P_1 = (2, 2)$, $P_2 = (1, 5)$, $P_3 = (3, 3)$, $P_4 = (0, 6)$ e $P_5 = (3, 1)$. Calcolare la retta di regressione lineare.
6. Trovare la successione $\{x_n\}$ soluzione della ricorrenza
$$\begin{cases} x_{n+2} + 5x_{n+1} + 6x_n = 0 \quad \forall n \geq 0, \\ x_0 = 0, x_1 = 1. \end{cases}$$
.
7. Come si modella il lancio di un dado?
8. Enunciare e dimostrare la formula di Bayes.
9. Una ditta produce apparecchi con un tasso di malfunzionamento dell'10%. Viene quindi attivato un test di collaudo. Su un campione di apparecchiature il test non viene superato dall'80% delle apparecchiature guaste e dall'1% delle apparecchiature funzionanti. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che una apparecchiatura messa in commercio dopo aver superato il test sia difettosa?
10. Un'urna contiene 5 palline bianche, 9 palline rosse e 6 palline nere numerate da 1 a 20. Si estraggono due palline (senza reimbussolamento). Calcolare, giustificando la risposta, la probabilità che le due palline siano dello stesso colore.
11. Abbiamo 2 urne. La prima urna contiene 5 palline rosse, 5 palline bianche e 5 palline nere; la seconda contiene 3 palline rosse, 5 palline bianche e 7 palline nere, tutte numerate. Si estraggono a caso due palline da una medesima urna scelta a caso (senza reimbussolare). Sono entrambe nere. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che le palline siano state estratte dalla seconda urna?

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 25/10/2013.

Nome e Cognome:

Compito D

1. Enunciare e dimostrare il teorema di Cayley-Hamilton.
2. Sia $A : X \rightarrow Y$ un operatore tra spazi euclidei. Cos'è l'operatore aggiunto di A ?
3. Sia A un operatore autoaggiunto su uno spazio euclideo X . Enunciare e dimostrare il teorema di caratterizzazione variazionale degli autovalori.
4. Calcolare le potenze $\{\mathbf{A}^n\}$ della matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Siano dati i punti del piano $P_1 = (1, 2)$, $P_2 = (3, 1)$, $P_3 = (5, 4)$, $P_4 = (2, 1)$ e $P_5 = (4, 1)$. Calcolare la retta di regressione lineare.
6. Trovare la successione $\{x_n\}$ soluzione della ricorrenza
$$\begin{cases} x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0 \quad \forall n \geq 0, \\ x_0 = 0, x_1 = 1. \end{cases}$$
.
7. Come si modella il lancio di due dadi?
8. Cos'è la funzione di ripartizione?
9. Una ditta produce apparecchi con un tasso di malfunzionamento dell'5%. Viene quindi attivato un test di collaudo. Su un campione di apparecchiature il test non viene superato dall'90% delle apparecchiature guaste e dall'2% delle apparecchiature funzionanti. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che una apparecchiatura messa in commercio dopo aver superato il test sia difettosa?
10. Un'urna contiene 5 palline bianche, 8 palline rosse e 7 palline nere numerate da 1 a 20. Si estraggono due palline (senza reimbussolamento). Calcolare, giustificando la risposta, la probabilità che le due palline siano dello stesso colore.
11. Abbiamo 2 urne. La prima urna contiene 5 palline rosse, 5 palline bianche e 5 palline nere; la seconda contiene 7 palline rosse, 5 palline bianche e 3 palline nere, tutte numerate. Si estraggono a caso due palline da una medesima urna scelta a caso (senza reimbussolare). Sono entrambe nere. Dire, giustificando la risposta, qual è la probabilità che le palline siano state estratte dalla seconda urna?