Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 22/11/2013.

Nome e Cognome:

Compito A

1. Enunciare e dimostrare il teorema di campionanmento.

2. Cos'è una misura di probabilità a distribuzione discreta e come si calcola un integrale rispetto ad essa?

3. Come si modella il lancio indipendente di infinite monete?

4. Sia $X : \Omega \to \mathbb{R}$ una variabile aleatoria non negativa. Cosa vuol dire $\mathbb{P}_x(dx) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2}\,dx$?

5. Enunciare il teorema di Carathéodory.

6. Si vuole valutare il valor medio di un parametro misurandolo n volte, operando ogni volta in maniera indipendente. Sappiamo che la varianza dei risultati non è superiore a 25. Se la media dei risultati dell'esperimento è 7, cosa si può affermare sul valore atteso del parametro?

7. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \leq 20\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso $x_1, x_2, \ldots, x_n$ in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)$ =8. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\,dxdy$?

8. Calcolare la densità della somma di due variabili indipendenti a distribuzione uniforme su $[0,1]$.

9. Abbiamo una successione di prove di Bernoulli indipendenti con parametro di successo p, $0 < p < 1$. Definire e calcolare la distribuzione del numero di successi su n prove.

10. Siano X e Y variabili indipendenti uniformemente distribuite su $[-1,1]$. Calcolare la densità della variabile aleatoria 3X+Y.

11. Sia $[0,1]$ lo spazio probabilizzato dalla distribuzione uniforme. Dare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \rho(t)$ dove $\rho(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ t + 1/4 & \text{se } 0 \leq t < 1/2, \\ 1 & \text{se } t \geq 1/2. \end{cases}$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 22/11/2013.

Nome e Cognome:

Compito B

1. Enunciare e dimostrare il teorema di Beppo Levi.

2. Scrivere i vari modi di esprimere l'indipendenza di due variabili aleatorie.

3. Come si modellano le estrazioni del lotto di un intero anno (un'estrazione la settimana)?

4. Sia $X : \Omega \to \mathbb{R}$ una variabile aleatoria non negativa. Cosa vuol dire X è priva di memoria?

5. Enunciare il teorema di Kolmogorov.

6. Si vuole valutare il valor medio di un parametro misurandolo n volte, operando ogni volta in maniera indipendente. Sappiamo che la varianza dei risultati non è superiore a 36. Se la media dei risultati dell'esperimento è 5, cosa si può affermare sul valore atteso del parametro?

7. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \le 20\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso $x_1, x_2, \dots, x_n$ in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)$ =4. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\,dxdy$?

8. Calcolare la densità della somma di due v.a. a distribuzione assolutamente continue indipendenti.

9. Abbiamo una successione di prove di Bernoulli indipendenti con parametro di successo p, $0 < p < 1$. Definire e calcolare il numero medio di successi su n prove.

10. Siano X e Y variabili indipendenti uniformemente distribuite su $[-1,1]$. Calcolare la densità della variabile aleatoria X+2Y.

11. Sia $[0,1]$ lo spazio probabilizzato dalla distribuzione uniforme. Dare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \rho(t)$ dove $\rho(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ t + 1/3 & \text{se } 0 \le t < 1/2, \\ 1 & \text{se } t \ge 1/2. \end{cases}$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 22/11/2013.

Nome e Cognome:

Compito C

1. Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Chebyshev.

2. Cos'è la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria? Quali sono le sue proprietà?

3. Come si modella il lancio di una moneta?

4. Sia $X : \Omega \to \mathbb{R}$ una variabile aleatoria non negativa. Cosa vuol dire $\mathbb{P}_X = \exp(\lambda)$?

5. Enunciare la formula di Cavalieri.

6. Si vuole valutare il valor medio di un parametro misurandolo n volte, operando ogni volta in maniera indipendente. Sappiamo che la varianza dei risultati non è superiore a 36. Se la media dei risultati dell'esperimento è 6, cosa si può affermare sul valore atteso del parametro?

7. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \leq 20\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso $x_1, x_2, \ldots, x_n$ in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)$ =10. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\, dxdy$?

8. Calcolare la densità del prodotto di due v.a. a distribuzione assolutamente continue indipendenti.

9. Abbiamo una successione di prove di Bernoulli indipendenti con parametro di successo p, $0 < p < 1$. Definire e calcolare la frequenza dei successi su n prove.

10. Siano X e Y variabili indipendenti uniformemente distribuite su $[-1,1]$. Calcolare la densità della variabile aleatoria X+Y.

11. Sia $[0,1]$ lo spazio probabilizzato dalla distribuzione uniforme. Dare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \rho(t)$ dove $\rho(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ \frac{1}{2}(t+1) & \text{se } 0 \leq t < 1, \\ 1 & \text{se } t \geq 1. \end{cases}$

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 22/11/2013.

Nome e Cognome:

Compito D

1. Enunciare e dimostrare la formula di composizione.

2. Cos'è una misura di probabilità a distribuzione assolutamente continua e come calcola un integrale rispetto ad essa?

3. Come si modella il lancio indipendente di n monete?

4. Sia $X : \Omega \to \mathbb{R}$ una variabile aleatoria non negativa. Cosa vuol dire $\mathbb{P}_X = N(m, \sigma^2)$?

5. Enunciare il teorema di Fubini.

6. Si vuole valutare il valor medio di un parametro misurandolo n volte, operando ogni volta in maniera indipendente. Sappiamo che la varianza dei risultati non è superiore a 16. Se la media dei risultati dell'esperimento è 8, cosa si può affermare sul valore atteso del parametro?

7. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \leq 20\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso $x_1, x_2, \dots, x_n$ in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k)$ =12. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\, dxdy$?

8. Calcolare la densità del minimo di due variabili a distribuzione esponenziale indipendenti.

9. Abbiamo una successione di prove di Bernoulli indipendenti con parametro di successo p, $0 < p < 1$. Definire e calcolare il tempo medio di attesa per un primo successo.

10. Siano X e Y variabili indipendenti uniformemente distribuite su $[-1, 1]$. Calcolare la densità della variabile aleatoria 2X+Y.

11. Sia $[0, 1]$ lo spazio probabilizzato dalla distribuzione uniforme. Dare una variabile aleatoria $X : [0, 1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \rho(t)$ dove $\rho(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ t + 1/2 & \text{se } 0 \leq t < 1/2, \\ 1 & \text{se } t \geq 1/2. \end{cases}$