Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 20/12/2013.

Nome e Cognome:

Compito A

1. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{\partial^+ B(0,1)} \frac{\sin z}{z^2}\, dz$.

2. Calcolare, se possibile, la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n+3} z^n$.

3. Enunciare il teorema di Cauchy.

4. Enunciare e dimostrare il teorema di Liouville.

5. Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ una serie di potenze. Cosa sono le stime di Cauchy per una funzione olomorfa?

6. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{16+x^4}\, dx$.

7. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Cos'è il numero di visite in uno stato e cosa si può dire sul numero medio di visite in uno stato?

8. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Enunciare le proprietà dei successivi tempi di ritorno per $\{X_n\}$.

9. Sia $\mathbf{P}$ una matrice stocastica. Come si simula una catena di Markov con matrice di transizione $\mathbf{P}$?

10. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \le 1$ $\forall x$. Scegliendo n punti a caso (x_k) in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k) = -.2$. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\, dxdy$?

11. Sia $[0,1]$ munito della distribuzione uniforme. Trovare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ \frac{2}{\pi}\arctan t & \text{se } t > 0 \end{cases}$.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 20/12/2013.

Nome e Cognome:

Compito B

1. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{\partial^+ B(0,1)} \frac{e^z - 1}{z^2}\, dz$.

2. Calcolare, se possibile, la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} z^n$.

3. Enunciare il teorema di Goursat.

4. Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale dell'algebra.

5. Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ una serie di potenze. Cos'è e come si trova il raggio di convergenza della serie?

6. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{81 + x^4}\, dx$.

7. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Cos'è il tempo di ritorno in uno stato e cosa si può dire sul tempo medio di ritorno in uno stato?

8. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Enunciare il teorema ergodico per la catena $\{X_n\}$.

9. Come si implementa il metodo di Hastings–Metropolis per il calcolo della media pesata di una funzione?

10. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \le 1\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso (x_k) in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k) = .3$. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\, dxdy$?

11. Sia $[0,1]$ munito della distribuzione uniforme. Trovare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ \frac{t}{1+t} & \text{se } t > 0 \end{cases}$.

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)
Metodi Matematici e Probabilistici (9 CFU)
Prova intermedia del 20/12/2013.

Nome e Cognome:

Compito C

1. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{\partial^+ B(0,1)} \frac{1}{e^z - 1}\, dz$.

2. Calcolare, se possibile, la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n+2} z^n$.

3. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo.

4. Enunciare e dimostrare il teorema sugli zeri di una funzione olomorfa.

5. Sia $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ una serie di potenze. Scrivere le relazioni che conosce tra la somma della seriee la successione dei coefficienti $\{a_n\}$.

6. Calcolare, se possibile, $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^4}\, dx$.

7. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Cos'è la probabilità di visita in uno stato?

8. Sia $\{X_n\}$ una catena di Markov a stati finiti S con matrice di transizione $\mathbf{P}$. Enunciare il teorema di Hastings-Metropolis.

9. Come si implementa il metodo di Hastings–Metropolis per il calcolo della media pesata di una funzione?

10. Sia $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ una funzione limitata, $|f(x)| \leq 1\ \forall x$. Scegliendo n punti a caso (x_k) in $[0,1]^2$ secondo la distribuzione uniforme, si trova che $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f(x_k) = .5$. Cosa si può affermare su $\iint_{[0,1]^2} f(x,y)\, dxdy$?

11. Sia $[0,1]$ munito della distribuzione uniforme. Trovare una variabile aleatoria $X : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che $F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0, \\ 1 - e^{-\lambda t} & \text{se } t > 0 \end{cases}$.