

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (270)**  
**Analisi Matematica (12 CFU)**  
**Esercittazione del 17/03/2014.**

1. Enunciare il principio di induzione.
2. Provare per induzione che  $1 - q^{n+1} = (1 - q)(1 + q + q^2 + \dots + q^n) \forall n \geq 0$ .
3. Sia  $\{x_n\} \subset \mathbb{R}$  una successione. Cosa vuol dire la frase “ $\{x_n\}$  converge?”
4. Calcolare, se possibile e giustificando la risposta, il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\arctan(1/n^2)}{1 - \cos(1/n^2)}.$$

5. Calcolare, se possibile e giustificando la risposta, il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x e^{-nx}}{1 + x^2} dx.$$

6. Enunciare il teorema della permanenza del segno per successioni.
7. Sia  $\{a_n\} \subset \mathbb{R}$  una successione. Cosa indica il simbolo  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  ?
8. Enunciare il criterio del confronto per serie.
9. Dare una stima dall'alto per la somma della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \right]^2$ .
10. Quali stime conosce per le somme armoniche  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ ,  $n \geq 1$ ?
11. Quali relazioni esistono tra le nozioni di serie e di integrale generalizzato?
12. Dire, giustificando la risposta, se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan(n^2) \sin(1/n^2)$  converge.
13. Dire, giustificando la risposta, se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} n \arctan(n^2) \sin(1/n^2)$  converge.