



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

## Registro dell'insegnamento

**Anno accademico** 2015/2016

**Prof.** ETTORE MINGUZZI

**Settore inquadramento** MAT/07 - FISICA MATEMATICA

**Scuola** Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

**Dipartimento** Matematica e Informatica 'Ulisse Dini'

**Insegnamento** EQUAZIONI DELLA FISICA MATEMATICA

**Moduli**

**Settore insegnamento** MAT/07 - FISICA MATEMATICA

**Corsi di studio** MATEMATICA

N.B.- Ai sensi dell' art.2 della Legge 1-5-1941. n. 615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

**n.:** 1     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 01/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Definizione di equazione alle derivate parziali. Multiindice. Numero di derivate parziali indipendenti di una funzione  $C^k$ . Esempi che portano a equazioni alle derivate parziali. Teorie descritte da Lagrangiane con integrazione in una o piu' dimensioni. Corrispondenza tra Lagrangiana e densita' Lagrangiana. Esempio di come derivare l'equazione delle onde da catena di oscillatori armonici. Richiamo alle equazioni di Maxwell. Come si deduce l'eq. di Poisson da quella di Coulomb.

---

**n.:** 2     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 03/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Distribuzioni di carica al bordo dei conduttori. Problema dell'elettrostatica in presenza di conduttori. Analogia con potenziale gravitazionale ed assenza di onde gravitazionali in gravita' Newtoniana. Deduzione della legge di Ampere da Biot-Savart. Equazione di continuita'. Equazione delle onde per il campo elettromagnetico nel vuoto.

---

**n.:** 3     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 08/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Metodo delle caratteristiche per equazioni quasi-lineari. Punti caratteristici. Richiami sulle ODE del primo ordine. Esistenza locale della soluzione. Esercizio  $2 \times u_x - u_y = -u^2$ .

---

**n.:** 4     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 10/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Richiami di teoria delle equazioni quasi-lineari del primo ordine. Le caratteristiche vanno a formare il grafo della soluzione  $u$  e non si intersecano. Le caratteristiche proiettate possono intersecarsi. L'equazione di Burgers non viscosa  $u_y + u u_x = 0$  con  $u(q,0) = g(q)$ . Caso  $g(1) = 1 - kq$ . Punti non raggiunti e intersezione delle caratteristiche. Esercizio,  $u_x + 2u u_y = 1$ ,  $u(q,0) = 1$ . Meccanica dei continui. Spazio e tempo. Punto di vista Lagrangiano e Euleriano. Derivata temporale di una grandezza. Accelerazione.

---

**n.:** 5     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 15/03/2016    **Totale ore:** 2

---

**Argomento:** Meccanica dei continui. Teorema del trasporto. Casi particolari:  $G$ =massa, volume. Equazione di continuita'. Teorema del trasporto per grandezze proporzionali a densita'. Tensore degli sforzi. Teorema di Cauchy su linearita'. Equazione della dinamica dei continui. Esempio: tensore degli sforzi per fluidi viscosi.

**n.:** 6     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 17/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Tensore degli sforzi per fluidi viscosi. Equazioni di Navier-Stokes e Eulero. Equazione di Burgers non viscosa come caso particolare unidimensionale:  $u_y + c(u)u_x = 0$ . Osservazione: se  $c(u)$  è limitato e continuo allora non c'è svuotamento. Esercizio con svuotamento,  $c = \text{sgn } u / (1 + |u|)$ . Equazione conservativa  $u_y + F(u)_x = 0$ , forma integrale. Discontinuità e condizione di Rankine-Hugoniot. Modello di traffico, velocità del fronte di frenata.

**n.:** 7     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 22/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Problema di Riemann per equazione di conservazione. Onda di rarefazione, esempio del semaforo. Ottenere soluzioni del problema di conservazione da Hamilton-Jacobi (una dimensione). Metodo delle caratteristiche per equazioni non-lineari del primo ordine. Le equazioni delle caratteristiche per la equazione di HJ sono le equazioni di Hamilton. La funzione  $u$  è l'azione della caratteristica.

**n.:** 8     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 31/03/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Richiamo su metodo delle caratteristiche per equazioni non lineari. Caso di Hamilton-Jacobi. Soluzione rough di HJ come inf sull'azione. I punti minimi dell'azione soddisfano le equazioni di Lagrange e quelle di Hamilton. Caso con  $H$  indipendente da  $x$  e  $t$ . Formula di Hopf-Lax.

**n.:** 9     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 05/04/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Trasformata di Legendre-Fenchel per funzioni convesse superlineari. La trasformata preserva convessità e superlinearità ed è involutiva. Subdifferenziale e proprietà per le funzioni convesse. Cenni su definizione di varietà differenziabile.

**n.:** 10     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 07/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Introduzione alle varietà differenziabili. Atlante e carte. Cambio di coordinate. Esempio: sfera con proiezione stereografica. Il fibrato tangente e cotangente. Il fibrato dei getti  $J^2M$ .

---

**n.:** 11     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 12/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Richiamo fibrato tangente, cotangente, tensoriale di tipo  $(i,j)$ , getti di ordine  $k$ . Prodotto tensoriale. L'equazione alle derivate parziali  $e'$  una ipersuperficie  $F=0$  nel fibrato dei getti. Importanza della formulazione indipendente dalla carta. Raccomandazione sul non usare la metrica euclidea indotta dall'uso arbitrario delle coordinate. La derivata di  $F$  rispetto alle derivate  $p_{\{ij\}}$   $e'$  un tensore due volte controvariante. Classificazione delle equazioni lineari del secondo ordine con segnatura della metrica  $\rho F/\rho p_{\{ij\}}$ . Teorema di Cauchy-Kowaleski e analogia tra condizione non-caratteristica tra equazioni alle derivate parziali del primo e secondo ordine.

---

**n.:** 12     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 14/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Motivazione della condizione di Cauchy-Kowaleski nel caso bidimensionale. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali a partire dalla segnatura della metrica controvariante che compare nella parte principale. Caso bidimensionale, riduzione a forma canonica per equazioni iperboliche ed ellittiche.

---

**n.:** 13     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 19/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Derivazione fisica dell'equazione del calore. Caratteristiche per equazione delle onde e per equazione del calore. Sistemi di coordinate utili nel caso ellittico dipendendo dalla dimensione. Ragionamenti qualitativi:  $n=2$ , metrica proporzionale all'identita',  $n=3$  metrica diagonale,  $n=4$  diagonale a blocchi. Caso  $n=2$ , equazioni di Beltrami e Cauchy-Riemann. Esempio di problema ellittico: derivazione dell'equazione delle superfici minime. Dimostrazione di ellitticit  nel caso  $n$  dimensionale.

---

n.: 14     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 21/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Equazione delle onde in una dimensione. Formula di D'Alembert per il dominio=retta e unicità su convessi. Metodo delle riflessioni nel caso della semiretta e del segmento. Interpretazione della riflessione come ribaltamento dell'onda. Problema in piu' dimensioni. L'equazione d'onda e' variazionale. La conservazione dell'energia e sua espressione per problemi variazionali. Unicità della soluzione.

---

n.: 15     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 26/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Teorema sulla limitatezza della velocita' di propagazione. Deduzione della formula di Kirchhoff (n=3). Metodo della discesa e dimostrazione della formula di Poisson (n=2).

---

n.: 16     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 28/04/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Metodo della separazione delle variabili. Equazione di Helmholtz per un dominio. Autofunzioni del Laplaciano. Analogia con operatori autoaggiunti in spazi di dimensione finita. Sviluppo in serie della soluzione. Il meno Laplaciano ha autovalori positivi. Esempio dell'equazione d'onda su un segmento, dominio  $D=[0,l]$ . Breve discussione della convergenza uniforme della serie di Fourier. Forma volume in geometria Riemanniana. Derivazione variazionale del Laplaciano. Come calcolare il Laplaciano dello spazio Euclideo in coordinate generiche.

---

n.: 17     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 03/05/2016        **Totale ore:** 2

**Argomento:** Il tamburo circolare, funzioni di Bessel ed espansione della soluzione. Accenno su come cambia la soluzione nel caso dell'equazione del calore. Richiamo sul calcolo del laplaciano in coordinate arbitrarie. Equazioni ellittiche. Problemi di Dirichlet e di Neumann. Il principio del massimo debole per l'operatore laplaciano. Il principio del massimo debole per l'operatore lineare uniformemente ellittico  $Lu=a^{ij}(x) u_{,ij}+b^i(x) u_{,i}$ .

---

n.: 18     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 05/05/2016        **Totale ore:** 2

---

**Argomento:** Parte radiale dell'operatore laplaciano in coordinate sferiche. Soluzione fondamentale del laplaciano e sue proprietà. Equivalenza tra proprietà della media della palla e della sfera. Formula di Green. La media della derivata normale di una funzione armonica su un bordo chiuso è zero. Le funzioni armoniche soddisfano la proprietà della media. Le funzioni che soddisfano la proprietà della media sono  $C^\infty$  (dim con mollificatore, vedi Evans) e armoniche. Il principio del massimo forte.

---

**n.:** 19     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 10/05/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Unicità per il problema di Dirichlet interno ed esterno con il principio di massimo debole. Teorema di Liouville. Le funzioni olomorfe assumono modulo massimo nel bordo. Lemma di Hopf.

---

**n.:** 20     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 12/05/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Unicità del problema di Neumann con dominio compatto e non. Metodo delle funzioni di Green e Neumann per l'equazione di Poisson con dati al bordo. Funzione di Green per la palla e calcolo del nucleo di Poisson.

---

**n.:** 21     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 17/05/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Simmetria della funzione di Green (dim. usando la formula di Green). Il nucleo di Poisson è armonico (caso generale). Verifica che il nucleo di Poisson della palla è armonico. L'integrale del nucleo è 1. Estensione della formula di Poisson per dati al bordo  $C^0$ . Dimostrazione della armonicità (con passaggio derivate sotto segno di integrale) e della continuità al bordo.

---

**n.:** 22     lezione     esercitazione     laboratorio     seminario

**Data:** 19/05/2016    **Totale ore:** 2

**Argomento:** Equazione del calore (vedi Evans). Interpretazione alternativa come equazione di diffusione di un contaminante. Soluzioni autosimilari. La soluzione fondamentale. Soluzione in  $\mathbb{R}^n$  tramite convoluzione con soluzione fondamentale. Tale soluzione è  $C^\infty$  e continua col dato iniziale. Dominio parabolico relativo ad aperto limitato di  $\mathbb{R}^n$ . Problema col dato al bordo. La palla di calore. Il teorema della media. Unicità della soluzione nel dominio parabolico.

---

Anno accademico: 2015/2016

REGISTRO NON CHIUSO

---

---

## RIEPILOGO

<b>lezione</b>	..... n. ore	44
<b>esercitazione</b>	..... n. ore	0
<b>laboratorio</b>	..... n. ore	0
<b>seminario</b>	..... n. ore	0
<hr/>		
	<b>TOTALE</b>	<b>44</b>

Il Presidente della Scuola *(non ancora chiuso)*

Il Direttore del Dipartimento *(non ancora chiuso)*