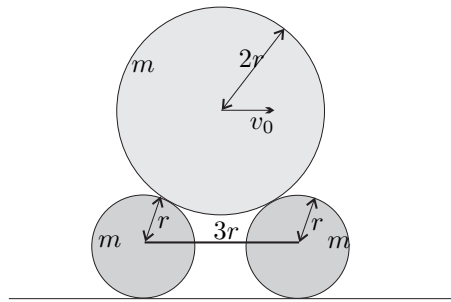


Esercizi dei compiti di Meccanica Razionale

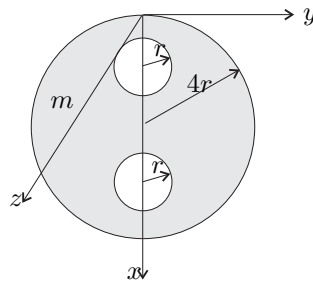
E. Minguzzi

1 Compito 1

1. Tre cilindri pieni omogenei di raggi r , $2r$ e r , tutti di massa m , sono posti a contatto tra loro come in figura. Gli assi dei due cilindri più piccoli sono vincolati a rimanere ad una distanza $3r$. Tra tutte le superfici di contatto c'è rotolamento puro ed è data la velocità iniziale del cilindro grande. Determinare la base e la rulletta per tutti e tre i cilindri. Determinare l'energia cinetica iniziale in funzione di m , r e v_0 .

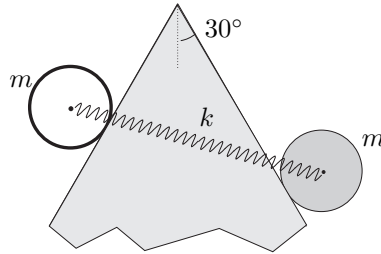


2. E' dato un corpo rigido formato da un disco di raggio $4r$ a cui sono stati fatti due buchi di raggio $r = 1$ cm. Il corpo ha una massa $m = 1$ kg. Calcolare la matrice di inerzia del corpo rigido rispetto agli assi disegnati in figura. Determinare gli assi e i momenti di inerzia principali. Supponiamo che l'oggetto abbia ad un dato istante la velocità angolare $\omega = (1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}) \text{ s}^{-1}$, calcolare il momento angolare \mathbf{L} e l'energia cinetica T in unità SI per lo stesso istante.



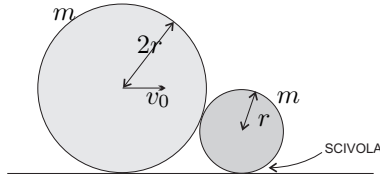
3. Due cilindri di massa m e raggio r , uno cavo e uno pieno omogeneo sono collegati da una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica k . Sono quindi posti su un cuneo il cui angolo al vertice rispetto alla verticale è 30° . Il rotolamento tra tutte le superfici a contatto è puro, ed è necessario tener conto dell'accelerazione di gravità $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$.

Introdurre coordinate generalizzate. Scrivere l'energia cinetica e l'energia potenziale in funzione delle stesse. Determinare i punti di equilibrio. Determinare le frequenze proprie e i modi propri del moto intorno al punto di equilibrio.

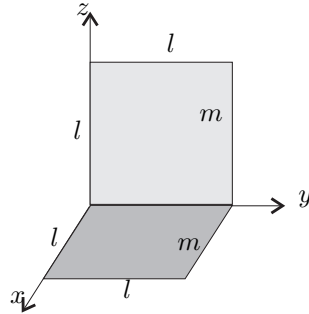


2 Compito 2

- Due cilindri pieni omogenei di raggi $2r$ e r , entrambi di massa m , sono posto a contatto tra loro e con un piano orizzontale. Tra tutte le superfici di contatto c'è rotolamento puro eccetto tra il cilindro piccolo e il piano orizzontale nel qual caso c'è scivolamento. La velocità iniziale del cilindro grande è data. Determinare la base e la rulletta sia per il cilindro grande che per quello piccolo. Determinare l'energia cinetica iniziale in funzione di m , r e v_0 .



- E' dato un corpo rigido formato da due piastre quadrate omogenee di lato $l = 1$ cm e massa $m = 10$ g ciascuna. Calcolare la matrice di inerzia dell'intero sistema rispetto agli assi disegnati in figura. Determinare gli assi e i momenti di inerzia principali. Supponiamo che l'oggetto abbia ad una dato istante la velocità angolare $\omega = (1\mathbf{i} + 1\mathbf{j} + 1\mathbf{k}) \text{ s}^{-1}$, calcolare il momento angolare \mathbf{L} e l'energia cinetica T in unità SI per lo stesso istante.



3. Sono dati due punti materiali di massa m collegati da una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica k . Un punto materiale è vincolato a muoversi su una circonferenza mentre l'altro punto materiale è vincolato a muoversi lungo una retta al di sotto della circonferenza. Il problema è bidimensionale e si considera anche l'azione di un campo gravitazionale costante $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$. Per semplificare il problema si assuma $g/r = k/m$. Scrivere l'energia potenziale e l'energia cinetica in funzione di coordinate generalizzate e delle loro derivate. Trovare frequenze e modi propri.

