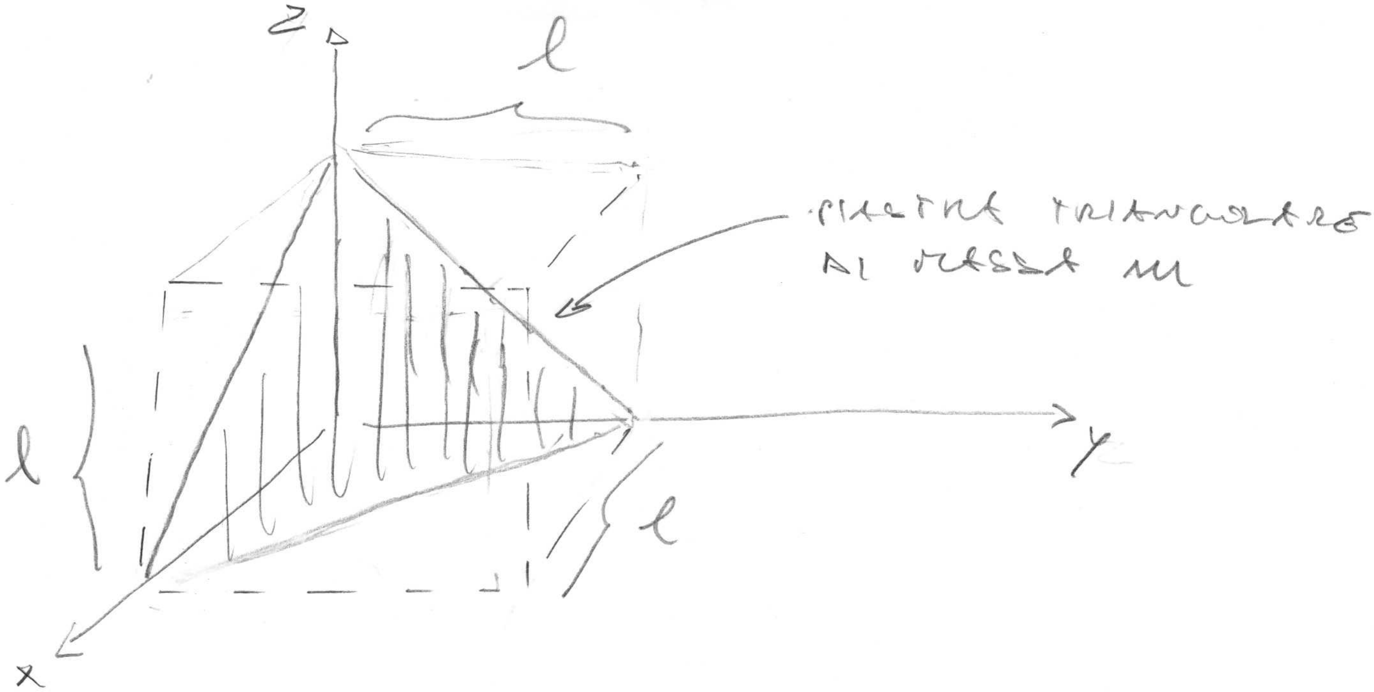


1) MATRICE D'INERZIA

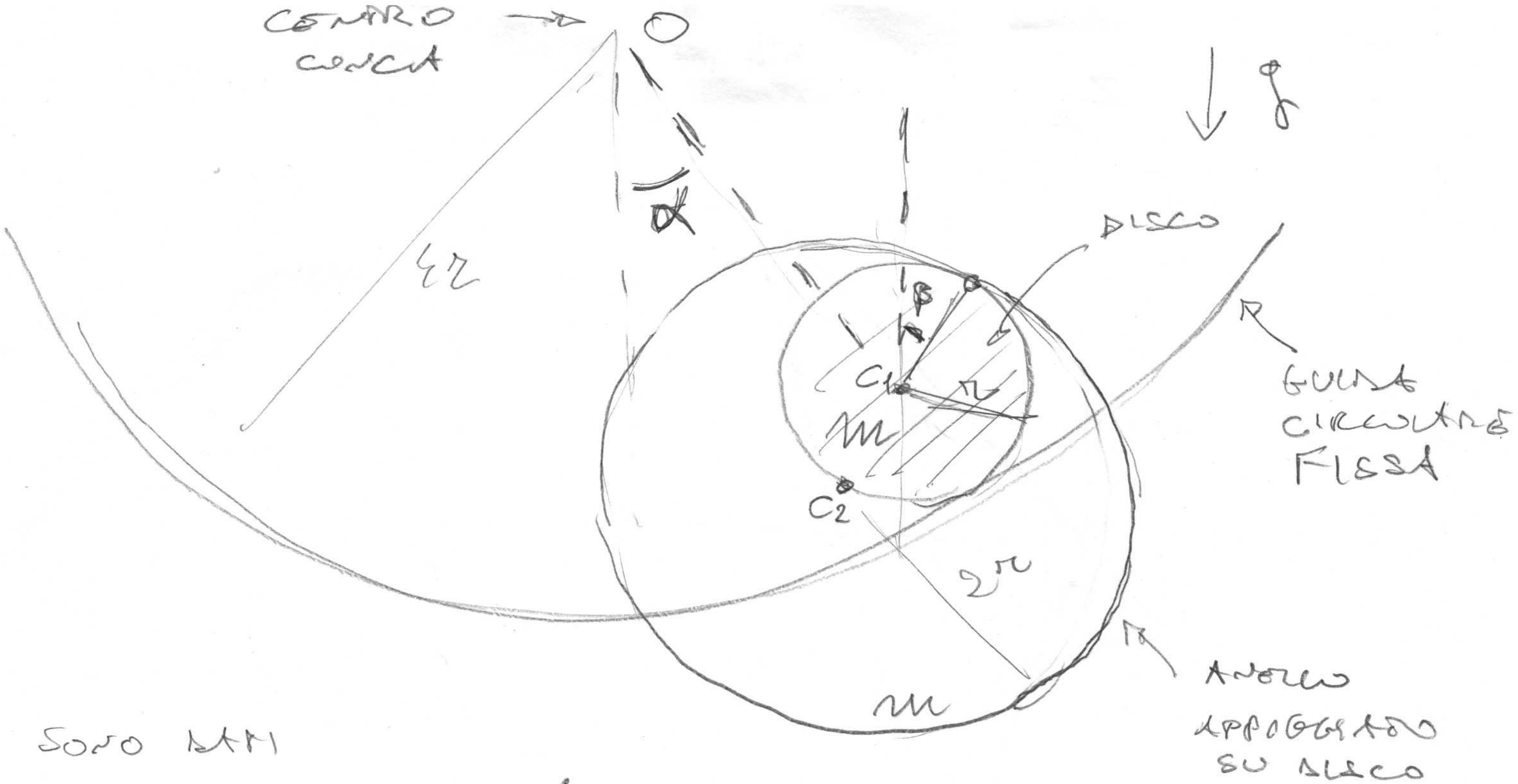
2) DISCUTERE SIMMETRIE, ASSI E MOMENTI PRINCIPALI D'INERZIA

3) SE $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} s^{-1}$

$l = 10 \text{ cm}$

$m = 20 \text{ g}$

QUANTO VALE T?



SONO DATI

GUIDA DI RAGGIO $4r$, FISSA

ANELLO DI MASSA m E RAGGIO $2r$

DISCO DI MASSA m E RAGGIO r

GUIDA E ANELLO SONO TRASPARENTI TRA LORO.

IL DISCO ROTOLA SU GUIDA E SULL'ANELLO

α: ANGOLO CHE INDIVIDUA POSIZIONE CENTRO DEL DISCO RISPETTO A VERTICALE PASSANTE DA O

β: ANGOLO CHE INDIVIDUA PUNTO DI CONTATTO TRA ANELLO E DISCO RISPETTO A VERTICALE

DOMANDE

1) ENERGIA POTENZIALE, PUNTI STAZIONARI, STABILITÀ
2) " CINETICA
3) PICCOLE OSCILLAZIONI

1)

$$I = \frac{m l^2}{12} \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

LE ROTAZIONI DI 120° INTORNO A $(1,1,1) = \bar{v}_1$ MANDANO IL CORPO IN SE STESSO, QUINDI $\bar{v}_1$ INDIVIDUA UN ASSE PRINCIPALE DI MOMENTO PRINCIPALE

$$I_1 = \frac{1}{6} m l^2$$

E L'ELLISSOIDE È TONDO. SIA $\bar{v}_2 = (1,-1,0)$ ALLORA $\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_1 = 0$ QUINDI $I_2 = I_3$ DOVE

$$I(\bar{v}_2) = I_2 \bar{v}_2 \Rightarrow I_2 = \frac{5}{12} m l^2$$

$\bar{v}_3$ BASTA PRENDERLO ORTOGONALE A $\bar{v}_1$ E $\bar{v}_2$ PER ESEMPIO $\bar{v}_3 = (1,1,-2)$

2)

$$V = -mg\,3r\cos\alpha - mg\,(3r\cos\alpha + r\cos\beta)$$
$$= -mgr\,(6\cos\alpha + \cos\beta)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial \alpha} &= +mgr\,6\sin\alpha \\ \frac{\partial V}{\partial \beta} &= mgr\sin\beta\end{aligned}\right\} = 0 \iff \left\{\begin{aligned}\alpha &= 0 \\ \beta &= 0, \pi\end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 V}{\partial \alpha^2} &= mgr\,6\cos\alpha \\ \frac{\partial^2 V}{\partial\alpha\,\partial\beta} &= 0 \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} &= mgr\cos\beta\end{aligned}\right\} \Rightarrow B =$$

IN $(\alpha,\beta) = (0,0)$: $mgr\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ STABILE

IN $(\alpha,\beta) = (0,\pi)$: $mgr\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ INSTABILE

$$C_1 = (3r\sin\alpha,\ -3r\cos\alpha)$$
$$C_2 = (3r\sin\alpha - r\sin\beta,\ -3r\cos\alpha - r\cos\beta)$$
$$\dot C_2 = r(3\cos\alpha\,\dot\alpha - \cos\beta\,\dot\beta,\ 3\sin\alpha\,\dot\alpha + \sin\beta\,\dot\beta)$$
$$(\dot C_2)^2 = r^2\{9\dot\alpha^2 + \dot\beta^2 + 6\dot\alpha\dot\beta(\sin\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta)\}$$
$$= r^2\{9\dot\alpha^2 + \dot\beta^2 - 6\dot\alpha\dot\beta\cos(\alpha+\beta)\}$$

SIA ω_A LA VELOCITÀ ANGOLARE DELL'ANELLO E ω_D QUELLA DEL DISCO

$\omega_D = (3r\dot\alpha)/r = 3\dot\alpha$ IN QUANTO O È IL CENTRO IST. DI ROTAZIONE.

Mettiamoci in un riferimento che trasla rispetto al rif. inerziale σ e che ha centro C_1. La velocità di P la possiamo calcolare in due modi.

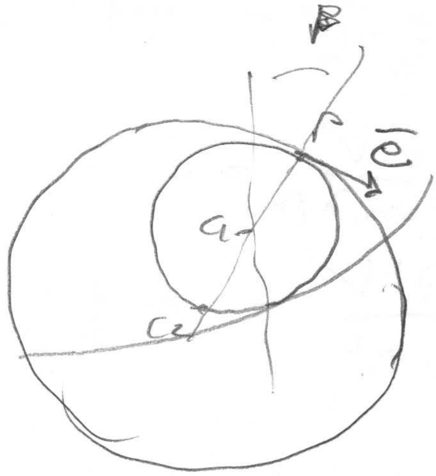
Come punto appartenente al disco

$$\bar{v}(P) = \bar{v}(C_1) + \bar{\omega}_D \times (P - C_1)$$

Come punto appartenente all'anello

$$\bar{v}(P) = \bar{v}(C_2) + \bar{\omega}_A \times (P - C_2)$$

Sia $\bar{e}$ il versore in figura



$$\bar{v}(C_1) = 0$$

$$\bar{v}(C_2) = -\dot\beta r \bar{e}$$

Quindi

$$\omega_D r = -\dot\beta r + \omega_A 2r$$

$$3\dot\alpha = -\dot\beta + 2\omega_A$$

$$\Rightarrow \omega_A = \frac{1}{2}(3\dot\alpha + \dot\beta)$$

$$T = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} m r^2\right)(3\dot\alpha)^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left\{9\dot\alpha^2 + \dot\beta^2 - 6\dot\alpha\dot\beta\cos(\alpha+\beta)\right\}$$

$$+ \frac{1}{2}\left(m(2r)^2\right)\left\{\frac{1}{2}(3\dot\alpha + \dot\beta)\right\}^2$$