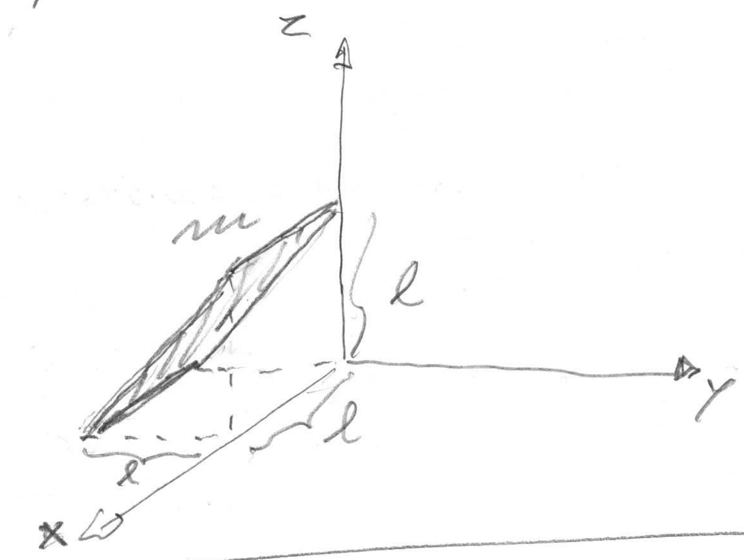
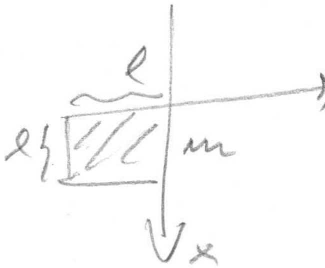
1)

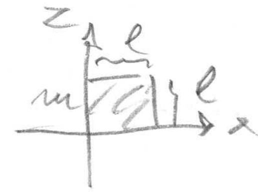
(a) CALCOLARE I



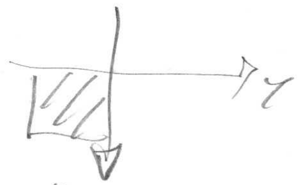
$$I = \frac{1}{12} m l^2 \begin{pmatrix} 8 & 3 & -3 \\ 3 & 8 & 2 \\ -3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$I_z =$ 

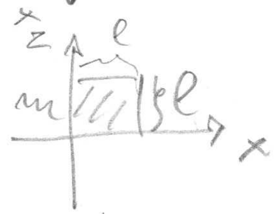
$= \frac{2}{3} m l^2$

$I_y =$ 

$= \frac{2}{3} m l^2$

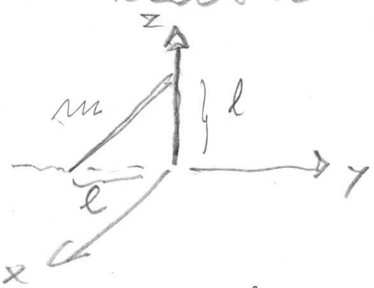
$I_{xy} =$ 

$= -m\left(\frac{l}{2}\right)\left(-\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{4} m l^2$

$I_{xz} =$ 

$= -\frac{1}{4} m l^2$

PER CALCOLARE I_x E I_{yz} PROIETTIAMO LUNGO x

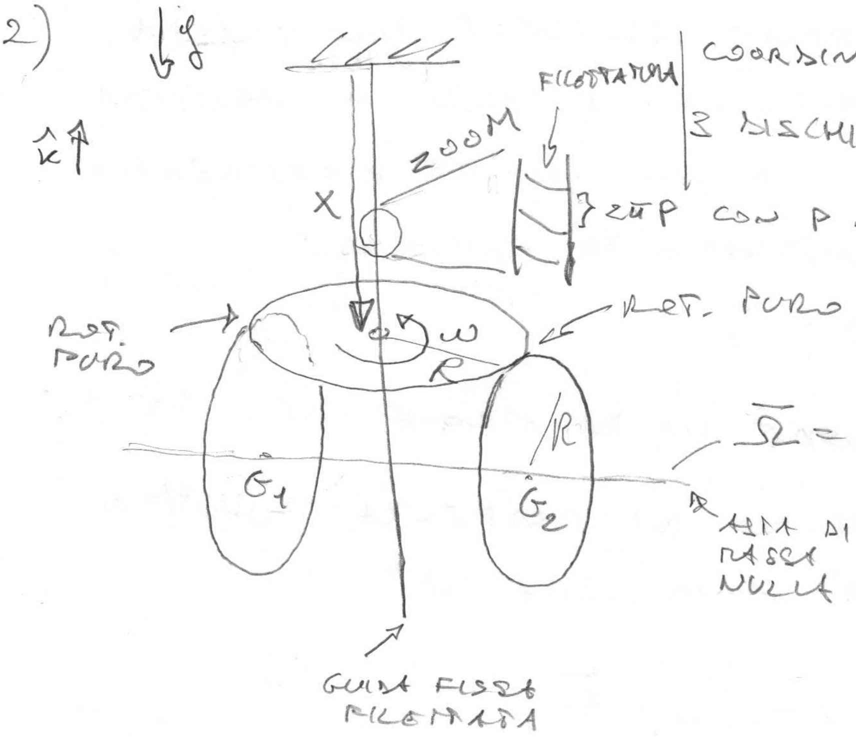


$$I_x = \frac{1}{12} m \left(\sqrt{2}\, l\right)^2 + m\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{2}{3} m l^2$$

$$I_{zy} = -\int zy \, dm = -\int_{-l}^{0} (l+y)\, y \, dy \, \frac{m}{l} =$$

$$= -\frac{m}{l}\left(\frac{l y^2}{2} + \frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-l}^{0} = +\frac{m}{l}\left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{3}\right) = \frac{1}{6} m l^2$$

2)



COORDINATA LAGRANGIANA x

3 DISCHI UGUALI OMOGENEI DI MASSA m

CON p AVENTE DIMENSIONI DI LUNGHEZZA.

CHE RELAZIONE C'È TRA $\dot{x}$ E ω?

(a) SCRIVERE T E V SE $\Omega = 0$

(b) CON CHE ACCELERAZIONE CADE?

(c) SCRIVERE T NEL CASO $\Omega(t)$ GENERICO

SIA τ IL TEMPO CHE IL DISCO IMPIEGA A GIRARE DI 2π COSÌ AVANZANDO DI $2\pi p$, ALLORA $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ E $\dot{x} = \frac{2\pi p}{\tau}$ QUINDI $\dot{x} = \omega p$.

$$V = -3mgx + \text{cost}.$$

SIA $\Omega = 0$, I PUNTI G_1 E G_2 HANNO VELOCITÀ $\dot{x}$ E I RELATIVI DISCHI HANNO VELOCITÀ ANGOLARE ω QUINDI

$$T = 3\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{\dot{x}}{p}\right)^2\right) = \frac{3}{2}m\dot{x}^2\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{p}\right)^2\right)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$3m\ddot{x}\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{p}\right)^2\right) = 3mg \Rightarrow \ddot{x} = \frac{g}{1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{p}\right)^2}$$

METTIAMOCI IN UN RIFERIMENTO SOLIDALE CON L'ASTA. IN TALE RIFERIMENTO IL DISCO IN ALTO HA VELOCITÀ ANGOLARE $(\omega-\Omega)\hat{k}$, QUINDI IN TALE RIFERIMENTO I DISCHI LATERALI HANNO VELOCITÀ ANGOLARE

$$\pm(\omega-\Omega)\bar{e}$$

DOVE $\bar{e}$ È UN VERSORE IN DIREZIONE DELL'ASTA.

RITORNANDO AL RIFERIMENTO DI PARTENZA TROVIAMO CHE LA LORO VELOCITÀ ANGOLARE È

$$\Omega\hat{k} \pm (\omega-\Omega)\bar{e}$$

CHIARAMENTE

$$\dot{G}_1^2 = \dot{G}_2^2 = \dot{x}^2 + \Omega^2 R^2$$

TENUTO CONTO DELLA MATRICE D'INERZIA PER I DUE DISCHI LATERALI, SI HA

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m R^2\right)\left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2$$
$$+ 2\left\{ \frac{1}{2} m\left(\dot{x}^2 + \Omega^2 R^2\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m R^2\right)\left(\frac{\dot{x}}{R} - \Omega\right)^2 \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} m R^2\right)\Omega^2 \right\}$$