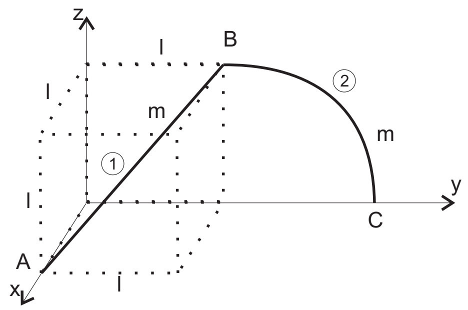
Esercizio 1

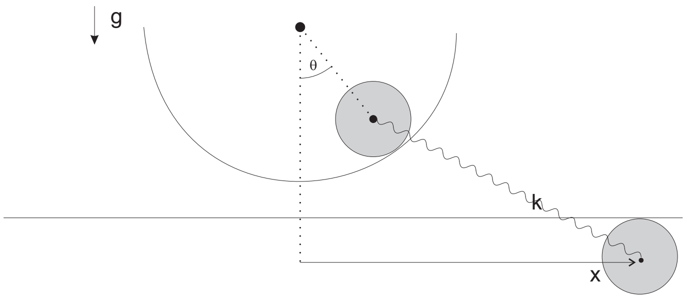
Sono date due curve 1 e 2, ciascuna di massa m. Abbiamo tratteggiato un cubo di lato l per farne capire la disposizione. La curva 1 è un segmento, la 2 è un quarto di cerchio.



- Calcolare $I^1_{xy}, I^1_z, I^2_z, I^2_x$.

Esercizio 2

Un disco omogeneo di raggio r e massa m è posto dentro una conca di raggio 3r, vedi figura (non in scala). Il disco rotola senza scivolare dentro la conca. L'angolo con la verticale che determina la posizione del centro del disco è θ. Una guida orizzontale fissa si trova a distanza r dal fondo della conca. Su tale guida un disco omogeneo di raggio r e massa m rotola senza scivolare. Il suo centro è determinato da una coordinata x come in figura. Le coordinate lagrangiane sono θ e x. I centri dei due dischi sono collegati da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile. Vale $kr = mg$ e nelle formule che calcolerete si sostituisca g in favore di k. Gli unici corpi che si muovono sono i due dischi.



- Scrivere l'energia potenziale, determinare punti stazionari, discuterne la stabilità
- Scrivere l'energia cinetica,
- Determinare modi e pusazioni piccole oscillazioni (conviene introdurre una variabile $y = \theta r$ per ragioni dimensionali).

Soluzione Esercizio 1

$$\begin{aligned} I_{xy}^1 &= -\frac{1}{6}ml^2, \\ I_z^1 &= \frac{2}{3}ml^2, \\ I_z^2 &= \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{\pi}\right) ml^2, \\ I_x^2 &= \left(2 + \frac{4}{\pi}\right) ml^2 \end{aligned}$$

Soluzione Esercizio 2

$$V = \frac{k}{2}\left(x^2 - 4r\sin\theta x - 20r^2\cos\theta\right) + costante$$

$$T = 3mr^2\dot{\theta}^2 + \frac{3}{4}m\dot{x}^2$$