Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila A 12-gennaio-2006

GEOMETRIA

1.(vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \to R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -x_1 + 2x_3 \\ 3x_2 - x_3 \\ x_1 + 2x_2 \\ -3x_2 + 2x_3 \end{pmatrix} \text{e il vettore} \quad v_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda + 1 \\ 0 \\ 2\lambda \\ 1 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $Im(L)$ e i valori di λ per cui $v_\lambda \in Im(L)$.

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{calcolare} \quad (A^{-1}A^t)^t$$

3. (3 pt) Dati i punti di R^2 : $P_1 = (1, 2), P_2 = (-1, 1)$ e $P_3 = (1, 1)$, determinare il punto sulla retta passante per P_1 e P_2 avente minima distanza da P_3.

ANALISI

4. (2 pt) Sia $f : (a, b) \to R$ e $y \in (a, b)$, cosa significa dire che y è un punto di minimo assoluto per la f ?

5. (4 pt) Dire per quali valori di a e di b risulta derivabile nel punto $x = 1$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{per} \quad x \in [0, 1) \\ e^{bx} & \text{per} \quad x \in [1, 2] \end{cases}$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = e^{\frac{x}{x^3-1}}$, tracciarne un grafico .

7. (5 pt) Nella circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1 siano A = (1, 0) e A' = (-1, 0). Sia P un generico punto sulla circonferenza nel primo quadrante e sia P' il suo simmetrico rispetto all'asse delle ordinate, si consideri il trapezio inscritto sulla circonferenza di vertici A, P, P', A' . Provare che al variare di P (e conseguentemente di P') esiste il trapezio di area massima e determinarlo.

8. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^{27} \frac{dx}{5\sqrt[3]{x} + 3x}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$|x| - |1 - x| \leq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila B 12-gennaio-2006

GEOMETRIA

1.(vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \to R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_2 - 3x_3 \\ 2x_1 - x_2 \\ 4x_2 - 2x_3 \\ x_1 + 2x_3 \end{pmatrix} \text{e il vettore} \quad v_\lambda = \begin{pmatrix} 3\lambda \\ 0 \\ 2+\lambda \\ 2 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $Im(L)$ e i valori di λ per cui $v_\lambda \in Im(L)$.

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{calcolare} \quad (A^{-1}A^t)^t$$

3. (3 pt) Dati i punti di R^2 : $P_1 = (1, -1), P_2 = (3, 2)$ e $P_3 = (-2, -1)$, determinare il punto sulla retta passante per P_1 e P_2 avente minima distanza da P_3.

ANALISI

4. (2 pt) Sia $f : (a, b) \to R$ e $y \in (a, b)$, cosa significa dire che y è un punto di minimo relativo per la f ?

5. (4 pt) Dire per quali valori di a e di b risulta derivabile nel punto $x = 2$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-ax} & \text{per} \quad x \in [1, 2) \\ bx^2 & \text{per} \quad x \in [2, 3] \end{cases}$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = e^{\frac{x^3-1}{x}}$, tracciarne un grafico .

7. (5 pt) Nella circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1 siano A = (1, 0) e A' = (-1, 0). Sia P un generico punto sulla circonferenza nel primo quadrante e sia P' il suo simmetrico rispetto all'asse delle ordinate, si consideri il trapezio inscritto sulla circonferenza di vertici A, P, P', A' . Provare che al variare di P (e conseguentemente di P') esiste il trapezio di perimetro massimo e determinarlo.

8. (4 pt)Calcolare

$$\int_1^8 \frac{dx}{3\sqrt[3]{x} + 2x}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$|x| - |2 - x| > 0$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila C 12-gennaio-2006

GEOMETRIA

1.(vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \to R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x_1 - 3x_3 \\ 2x_1 + x_2 \\ -x_1 + 2x_3 \\ -4x_2 + x_3 \end{pmatrix} \text{e il vettore} \quad v_\lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ \lambda - 1 \\ -\lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $Im(L)$ e i valori di λ per cui $v_\lambda \in Im(L)$.

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{calcolare} \quad (A^{-1}A^t)^t$$

3. (3 pt) Dati i punti di R^2 : $P_1 = (-3, 2), P_2 = (-1, -2)$ e $P_3 = (4, -2)$, determinare il punto sulla retta passante per P_1 e P_2 avente minima distanza da P_3.

ANALISI

4. (2 pt) Sia $f : (a, b) \to R$ e $y \in (a, b)$, cosa significa dire che y è un punto di massimo assoluto per la f ?

5. (4 pt) Dire per quali valori di a e di b risulta derivabile nel punto $x = 1$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 & \text{per} \quad x \in [0, 1) \\ \sqrt{2x + b} & \text{per} \quad x \in [1, 2] \end{cases}$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{x}{1-x^3}}$, tracciarne un grafico .

7. (5 pt) Nella circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1 siano A = (1, 0) e A' = (-1, 0). Sia P un generico punto sulla circonferenza nel primo quadrante e sia P' il suo simmetrico rispetto all'asse delle ordinate, si consideri il trapezio inscritto sulla circonferenza di vertici A, P, P', A' . Provare che al variare di P (e conseguentemente di P') esiste il trapezio di area massima e determinarlo.

8. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^{64} \frac{dx}{2\sqrt[3]{x} + 4x}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$|1 - x| - |x| \leq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{5^n} + \frac{1}{3^n}}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila D 12-gennaio-2006

GEOMETRIA

1.(vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \to R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -x_1 + 2x_2 \\ 3x_1 + x_3 \\ -2x_1 + 2x_2 \\ -5x_2 + 2x_3 \end{pmatrix} \text{e il vettore} \quad v_\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ \lambda - 3 \\ -2\lambda \end{pmatrix}$$

determinare una base di $Im(L)$ e i valori di λ per cui $v_\lambda \in Im(L)$.

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{calcolare} \quad (A^{-1}A^t)^t$$

3. (3 pt) Dati i punti di R^2 : $P_1 = (-2, -1), P_2 = (-1, 3)$ e $P_3 = (3, 4)$, determinare il punto sulla retta passante per P_1 e P_2 avente minima distanza da P_3.

ANALISI

4. (2 pt) Sia $f : (a, b) \to R$ e $y \in (a, b)$, cosa significa dire che y è un punto di massimo relativo per la f ?

5. (4 pt) Dire per quali valori di a e di b risulta derivabile nel punto $x = 2$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{a + 2x} & \text{per} \quad x \in [1, 2) \\ bx & \text{per} \quad x \in [2, 3] \end{cases}$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1-x^3}{x}}$, tracciarne un grafico .

7. (5 pt) Nella circonferenza centrata nell'origine e di raggio 1 siano A = (1, 0) e A' = (-1, 0). Sia P un generico punto sulla circonferenza nel primo quadrante e sia P' il suo simmetrico rispetto all'asse delle ordinate, si consideri il trapezio inscritto sulla circonferenza di vertici A, P, P', A' . Provare che al variare di P (e conseguentemente di P') esiste il trapezio di perimetro massimo e determinarlo.

8. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^{27} \frac{dx}{4\sqrt[3]{x} + 3x}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$|2 - x| - |x| > 0$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{5^n + 3^n}$$