

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila A

15-Dicembre-2005

GEOMETRIA

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \rightarrow R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x_1 - 2x_3 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 6x_4 \\ 2x_2 - 3x_4 \\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $\ker(L)$ e una base di $\text{Im}(L)$.

2. (3 pt) Dati

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

calcolare $B^t A^{-1} B$.

3. (3 pt) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(-2, 1)$ e che forma con l'asse delle x un angolo uguale a $\pi/6$.

ANALISI

4. (2 pt) Definire cosa si intende per $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

5. (3 pt) Calcolare $f'(\sqrt{\pi})$ dove

$$f(x) = \sin\left[\frac{x}{\cos(x^2)}\right]$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = x^2(\log x)^3$, tracciarne un grafico.

7. (5 pt) Determinare eventuali estremi assoluti della funzione

$$\frac{x^2 + x}{x - 3}$$

nell'intervallo $[-2, 2)$.

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (e^{1/k^2} - 1) \sqrt{k+1}$$

9. (3 pt) Determinare la parte immaginaria del numero complesso $\frac{1+2i}{2-i}$.

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\frac{1}{\log x}}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila B

15-Dicembre-2005

GEOMETRIA

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \rightarrow R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -3x_1 - 4x_2 + 10x_3 - 4x_4 \\ -2x_2 + 5x_3 \\ -6x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 8x_4 \\ 3x_1 + 4x_4 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $\ker(L)$ e una base di $\text{Im}(L)$.

2. (3 pt) Dati

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

calcolare $B^t A^{-1} B$.

3. (3 pt) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(-2, 1)$ e ortogonale alla retta di equazione $x + 2y + 1 = 0$.

ANALISI

4. (2 pt) Definire cosa si intende per $\int_{-\infty}^b f(x) dx$

5. (3 pt) Calcolare $f'(\pi/2)$ dove

$$f(x) = \cos\left[\frac{\sin x}{x^2}\right]$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $f(x) = \left(\frac{\log x}{x}\right)^2$, tracciarne un grafico.

7. (5 pt) Determinare eventuali estremi assoluti della funzione

$$\frac{x-3}{x^2+x}$$

nell'intervallo $(-1, -1/9]$.

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 3^{k+3}}{\pi^{k+1}}$$

9. (3 pt) Determinare la parte reale del numero complesso $\frac{2-i}{1+2i}$.

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \arcsin x}{x(1 - \cos x)}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila C

15-Dicembre-2005

GEOMETRIA

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \rightarrow R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -3x_2 - 2x_4 \\ 10x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 \\ 5x_1 - 6x_2 - 3x_3 - 4x_4 \\ -5x_1 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $\ker(L)$ e una base di $\text{Im}(L)$.

2. (3 pt) Dati

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

calcolare $B^t A^{-1} B$.

3. (3 pt) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(1, -2)$ e che forma con l'asse delle x un angolo uguale a $\pi/3$.

ANALISI

4. (2 pt) Dire cosa significa che una serie numerica diverge a $+\infty$.

5. (3 pt) Calcolare $f'(\pi)$ dove

$$f(x) = \arctan[\arctan(\sqrt{x})]$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $(\log x) \log(\log x)$, tracciarne un grafico.

7. (5 pt) Determinare eventuali estremi assoluti della funzione

$$\frac{x^2 - x}{x + 3}$$

nell'intervallo $[-9, -3)$.

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\log(1 + 4/k)}{\sqrt[4]{2 + k}}$$

9. (3 pt) Determinare la parte immaginaria del numero complesso $\frac{2-i}{1-2i}$.

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{2x})^{\sqrt{\sin x}}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

15-Dicembre-2005

GEOMETRIA

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \rightarrow R^4$ definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2x_1 - 6x_2 - 5x_3 + 14x_4 \\ -3x_2 + 7x_4 \\ -2x_1 + 5x_3 \\ 4x_1 - 3x_2 - 10x_3 + 7x_4 \end{pmatrix}$$

determinare una base di $\ker(L)$ e una base di $\text{Im}(L)$.

2. (3 pt) Dati

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

calcolare $B^t A^{-1} B$.

3. (3 pt) Scrivere l'equazione della retta passante per il punto $(1, -2)$ e ortogonale alla retta di equazione $x - 2y - 1 = 0$.

ANALISI

4. (2 pt) Dire cosa significa che una serie numerica ha per somma 1.

5. (3 pt) Calcolare $f'(4/\pi)$ dove

$$f(x) = \arctan\left[\frac{1}{\sin(1/x)}\right]$$

6. (5 pt) Studiare la funzione $x^{\frac{1}{x}}$, tracciarne un grafico.

7. (5 pt) Determinare eventuali estremi assoluti della funzione

$$\frac{x-3}{x^2+x}$$

nell'intervallo $(3, +\infty)$.

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(e+1)^{k-2}}{k^3 \pi^{k+1}}$$

9. (3 pt) Determinare la parte reale del numero complesso $\frac{2+i}{1+2i}$.

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x) - 2 \tan x}{x^2}$$