

GEOMETRIA

1. (Vale 4 punti) Sia $L : R^4 \rightarrow R^3$ l'applicazione lineare che manda (x_1, x_2, x_3, x_4) in $(x_1 - x_2, x_3 - x_4, 0)$; determinare $KerL$ e ImL e specificarne la dimensione.

2. (3 pt) Determinare k in modo che sia minimo il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & k & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

3. (3 pt) Sono date nel piano due rette di equazioni

$$x - by + a = 0 \quad , \quad ax + 3y + 1 = 0$$

dire per quali valori dei parametri a e b le rette risultano:

i) parallele , ii) incidenti , iii) ortogonali , iv) coincidenti.

ANALISI

4. (2 pt) Scrivere la definizione formale di $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$

5. (3 pt) Determinare $\sup A, \inf A$ e dire se esistono $\max A, \min A$ dove

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p < q \quad p, q \text{ interi positivi} \right\}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $(x - 2)e^{-(x^2+x)}$, tracciarne un grafico .

7. (2 pt) Sia $f(x) = (\log(1 + x^2))^{2x}$: calcolare $f'(1)$.

8. (5 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = e^x \sin(x^2) + \frac{\cos(2x)}{\sqrt{1 - x^3}}$$

9. (4 pt) Calcolare $\int_0^1 \frac{x^4}{x^2+1} dx$

10. (3 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 1) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

26-gennaio-2005

GEOMETRIA

1. (Vale 4 punti) Sia $L : R^3 \rightarrow R^4$ l'applicazione lineare che manda (x_1, x_2, x_3) in $(x_1, 0, x_1 - x_2, x_2 - x_3)$; determinare $Ker L$ e $Im L$ e specificarne la dimensione.

2. (3 pt) Determinare k in modo che sia minimo il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & k \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (3 pt) Sono date nel piano due rette di equazioni

$$2bx - y - a = 0 \quad , \quad 2x + ay + 1 = 0$$

dire per quali valori dei parametri a e b le rette risultano:

i) parallele , ii) incidenti , iii) ortogonali , iv) coincidenti.

ANALISI

4. (2 pt) Scrivere la definizione formale di $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8$

5. (3 pt) Determinare $\sup A$, $\inf A$ e dire se esistono $\max A$, $\min A$ dove

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p > q > 1 \quad p, q \text{ interi positivi} \right\}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $(x - 2)e^{(x^2 - x)}$, tracciarne un grafico .

7. (2 pt) Sia $f(x) = (1 + 3x)^{\log(1+x^2)}$: calcolare $f'(1)$.

8. (5 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{\sqrt[3]{1-x^3}} + x \log(1+x^2)$$

9. (4 pt) Calcolare $\int_{e^2}^e \frac{1+\log x}{x \log x} dx$

10. (3 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^x}{\log x - x + 1}$$

GEOMETRIA

1. (Vale 4 punti) Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare che manda (x_1, x_2, x_3) in $(x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3, 0)$; determinare $\text{Ker}L$ e $\text{Im}L$ e specificarne la dimensione.
2. (3 pt) Determinare k in modo che sia minimo il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & k \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

3. (3 pt) Sono date nel piano due rette di equazioni

$$-bx + y + a = 0 \quad , \quad 2x + ay + 1 = 0$$

dire per quali valori dei parametri a e b le rette risultano:
i) parallele , ii) incidenti , iii) ortogonali , iv) coincidenti.

ANALISI

4. (2 pt) Scrivere la definizione formale di $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -5$
5. (3 pt) Determinare $\sup A, \inf A$ e dire se esistono $\max A, \min A$ dove

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p > q \quad p, q \text{ interi positivi} \right\}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $(2 - x)e^{(x^2 - x)}$, tracciarne un grafico .
7. (2 pt) Sia $f(x) = (1 + 2x)^{\log(1+x^2)}$: calcolare $f'(1)$.
8. (5 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{\sqrt[3]{1+x^3}} - x \log(1+x^2)$$

9. (4 pt) Calcolare $\int_e^{e^2} \frac{1+\log x}{x \log x} dx$
10. (3 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{\log x - x + 1}$$

GEOMETRIA

1. (Vale 4 punti) Sia $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che manda (x_1, x_2, x_3, x_4) in $(0, x_1 - x_2, x_3 - x_4)$; determinare $\text{Ker}L$ e $\text{Im}L$ e specificarne la dimensione.

2. (3 pt) Determinare k in modo che sia minimo il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & k & 1 \end{pmatrix}$$

3. (3 pt) Sono date nel piano due rette di equazioni

$$2x - by + a = 0 \quad , \quad ax + 6y + 2 = 0$$

dire per quali valori dei parametri a e b le rette risultano:

i) parallele , ii) incidenti , iii) ortogonali , iv) coincidenti.

ANALISI

4. (2 pt) Scrivere la definizione formale di $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$

5. (3 pt) Determinare $\sup A, \inf A$ e dire se esistono $\max A, \min A$ dove

$$A = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \text{ interi positivi} \right\}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $(2 - x)e^{-(x^2+x)}$, tracciarne un grafico .

7. (2 pt) Sia $f(x) = (\log(1 + 2x^2))^x$: calcolare $f'(1)$.

8. (5 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = \log(1 + x) \sin(2x^2) + \frac{\cos(x)}{\sqrt{1 + x^3}}$$

9. (4 pt) Calcolare $\int_0^1 \frac{x^4+1}{x^2+1} dx$

10. (3 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (1 - x^2) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$