

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila A

14-gennaio-2008

GEOMETRIA

1. (4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L: R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 2x_3 \\ x_2 - x_4 \\ x_1 - 3x_4 \end{pmatrix} ; B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} h \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(5, 0)$ e raggio 2, C_r la circonferenza di centro $(-3, 0)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel primo quadrante e a C_r nel terzo quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(7)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = x(\sin x)^2$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se converge la successione $\{a_n\}$ converge anche la successione $\{a_n/n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x-3}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+x^2}}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - (2/\pi) \arctan x)$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$2^{-x} = 5.8^{2-x}$$

GEOMETRIA

1. (4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L: R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \\ x_1 + 2x_3 - x_4 \end{pmatrix} ; \quad B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ h \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ h \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(3, 0)$ e raggio 1, C_r la circonferenza di centro $(-6, 0)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel primo quadrante e a C_r nel terzo quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(7)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = x^3(\cos x)^2$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se la successione $\{a_n\}$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \sup_{n \in \mathbb{N}} \{a_n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{3-x^2-2x}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{e^x}{x+1} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+x} - (2/\pi) \arctan(1/x)}{\log(1+x)}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$5 \cdot 3^x = 9^{1-x}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila C

14-gennaio-2008

GEOMETRIA

1. (4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L: R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_4 \\ 2x_1 - 2x_3 \end{pmatrix} ; B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ h \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ h \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(8, 0)$ e raggio 5, C_r la circonferenza di centro $(-2, 0)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel primo quadrante e a C_r nel terzo quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(7)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = x(\arctan x)^2$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se la successione $\{a_n\}$ converge ad $a \neq 0$, converge anche la successione $\{(-1)^n a_n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{5-x}{\sqrt{3-x^2+2x}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{xe^x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\log(x+1)}{\log x} \right]_{\arctan x}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$2^{x^2-3} = 4^x$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

14-gennaio-2008

GEOMETRIA

1. (4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L: R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_3 + 2x_4 \\ x_2 - 4x_3 \\ x_1 + 2x_4 \end{pmatrix} ; \quad B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} h \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ h \\ 1 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(0, 4)$ e raggio 2, C_r la circonferenza di centro $(0, -5)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel secondo quadrante e a C_r nel quarto quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(5)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = [\log(1-x)]^2$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se la successione $\{a_n\}$ converge a 0, converge anche la successione $\{(-1)^n a_n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+x+1}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^4-1}} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\arctan x - (\pi/2)e^{1/x})$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$4^{x^2-3} = 2^x$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila E

14-gennaio-2008

GEOMETRIA

1.(4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L : R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4x_2 - x_3 \\ x_1 + 3x_3 \\ x_1 - 3x_4 \end{pmatrix} ; B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} h \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(0, 9)$ e raggio 6, C_r la circonferenza di centro $(0, -2)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel secondo quadrante e a C_r nel quarto quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(5)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = e^x \log(1 + x^2)$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se converge la successione $\{1/a_n\}$ converge anche la successione $\{a_n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = -\frac{x+3}{\sqrt{x^2-x+1}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_{-2}^{-1} \frac{e^x}{x+1} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [-\log x \log(1+x)]^{\cos x}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$(\sqrt{3})^{x^2} = 9^{-x}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila F

14-gennaio-2008

GEOMETRIA

1. (4 pt) Determinare la matrice $M_{B'}^{B''}(L)$ dove: B' è la base standard di R^4 , l'applicazione lineare $L: R^4 \rightarrow R^3$ e B'' sono definiti da

$$L \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3 + x_4 \\ x_1 - 2x_2 \\ x_2 + x_4 \end{pmatrix} ; B'' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. (4 pt) Determinare per quali valori di h i seguenti vettori

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ h \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} h \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

costituiscono una base di R^4 . Nei casi in cui non costituiscono una base di R^4 , determinare una base del sottospazio che generano.

3. (3 pt) Siano C la circonferenza di centro $(0, 2)$ e raggio 1, C_r la circonferenza di centro $(0, -7)$ e raggio r . Determinare il valore di r per il quale la retta tangente a C nel secondo quadrante e a C_r nel quarto quadrante passa per l'origine.

ANALISI

4. (4 pt) Calcolare $f^{(5)}(0)$ sapendo che

$$f(x) = \frac{\log(1+x)}{\sqrt{1+x^3}}$$

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se converge la successione $\{na_n\}$ converge anche la successione $\{a_n\}$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{3-x^2+2x}}{5-x}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Determinare il carattere (convergente o divergente) dell'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^4-1}} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \right]^{\sqrt{x}}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$2.5^{x+2} = 8^{-x}$$