

GEOMETRIA

1.(3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

2.(4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e dato il vettore} \quad B_t = \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $y = 2x^2 + 3$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = \sqrt[3]{e^{-(1/x)} - 1}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} x f^{-1}(x)$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: siano f, g due funzioni definite in $[0,1]$, allora $f(x) \leq g(x)$ per ogni x implica che $\text{Im}(f) \subset \text{Im}(g)$ (Im sta per immagine).

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = \log\left(\frac{e^x + e^{-2x}}{2}\right)$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{3x}}{1 + \sqrt{x}} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(e^{1/x} - 1)^3}{\arctan(1/x^2)}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x| + |x + 1| < 2$$

1. (3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ e dato il vettore } B_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ t \\ -1 \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $y = -x^2 - 2$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = \frac{1}{\log(1+x^3)}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f^{-1}(x)$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: siano f, g due funzioni limitate definite in $[0, 1]$, allora $\text{Im}(f) \subset \text{Im}(g)$ implica $\inf f \leq \inf g$ (Im sta per immagine).

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = x^2 e^{x^3 - x}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_{\log 2}^{\log 3} \frac{e^x}{e^{2x} - 1} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/\sqrt{x})}{(1 + 1/x)^5 - 1}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{x}{|x| - 1} > 2$$

1.(3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2.(4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \text{ e dato il vettore } B_t = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $y = -3x^2 - 4$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = \sqrt[3]{\arctan(1/x) + 1}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \log x f^{-1}(x)$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: siano f, g due funzioni limitate definite in $[0,1]$, allora $\text{Im}(f) \subset \text{Im}(g)$ implica $\sup f \leq \sup g$ (Im sta per immagine).

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = \log(e^{-x} - e^{-2x}) + 2 \log 4$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^e \frac{\log x}{[1 + (\log x)^2]x} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\log(1 + 1/x)]^2}{[\cos(1/x)]^2 - 1}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{|x| - 1}{x} > 2$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

1-aprile-2008

1.(3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.(4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e dato il vettore } B_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $x = 2y^2 + 1$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = \log(e^{-1/x} + 1)$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f^{-1}(x)$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: siano f, g due funzioni definite in $[0,1]$, allora $\text{Im}(f) \subset \text{Im}(g)$ implica che $f(x) \leq g(x)$ per ogni x (Im sta per immagine).

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{-x} - e^{-2x}}} - 5/2$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^{e^2} \frac{dx}{[4 + (\log x)^2]x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\tan(1/x^2)}{(2e^{1/x} - 2)^2}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x - 1| - |x + 1| < 1$$

1.(3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.(4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e dato il vettore} \quad B_t = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $x = -y^2 - 2$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = \sqrt[3]{\log(1+x) + 1}$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(x)}{1-x}$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: per ogni funzione f definita in R si ha $\text{Im}(f) \neq \text{Im}(f+1)$ (Im sta per immagine).

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x+1}}}{x}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^{3x}}{e^x + 1} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + 1/x)^4 - 1}{\sin(2/\sqrt{x})}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$x(|x| - 2) > 0$$

1.(3 pt) Calcolare la matrice inversa della matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

2.(4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^3 \rightarrow R^4$ rappresentata nelle basi standard dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e dato il vettore} \quad B_t = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

determinare per quale valore di t si ha $B_t \in \text{Im}(L)$.

3. (3 pt) Siano P, Q i due punti della parabola di equazione $x = 3y^2 + 5$ con tangente passante per l'origine O , calcolare l'area del triangolo di vertici P, O, Q .

ANALISI

4. (4 pt) Sia $f(x) = (1 + \sqrt[3]{e^x})^3$, calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{\log x}$$

N.B. con $f^{-1}(x)$ si intende la funzione **inversa** di $f(x)$.

5. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: siano f e g due funzioni definite in R , allora $\text{Im}(f) = \text{Im}(g)$ implica $\text{Im}(f+1) = \text{Im}(g+1)$.

6. (8 pt) Studiare la funzione $f(x) = \log(x + 20 - x^2) + 2x$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{x} dx$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[\cos(1/\sqrt{x})]^2 - 1}{[\log(1 + 1/x)]^2}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\frac{x+1}{2-|x|} > 0$$