

**GEOMETRIA**

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare  $L : R^2 \rightarrow R^3$  che soddisfa a

$$L(2, 3) = (1, 1, 1) \quad L(0, -1) = (0, 1, -1),$$

determinare tutti i vettori che risultano ortogonali a  $Im(L)$ .

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare tutte le matrici  $X$  tali che  $AX = XA = O$  (la matrice nulla).

3. (3 pt) Sia  $r$  la retta tangente alla parabola di equazione  $y = x^2$  nel punto  $(2, 4)$ , determinare fra le rette ortogonali a  $r$  quella che risulta tangente alla parabola.

**ANALISI**

4. (2 pt) Sia  $f : R \rightarrow R$ , cosa significa dire che  $f$  è una funzione dispari ?

5. (4 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = 1 + \log(x-4)$  è invertibile e calcolare esplicitamente la funzione inversa.

6. (5 pt) Studiare la funzione  $f(x) = (3x + 11)\sqrt{8 - x^3}$ , tracciarne un grafico .

7. (6 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 1$  ha un'unica radice nell'intervallo  $[-1, 0]$ , approssimare tale radice col metodo di Newton. (Calcolare due iterate).

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^n}{e^{n/2}}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\sqrt[3]{1 + x^3} > x - 4$$

10. (3 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

**GEOMETRIA**

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare  $L : R^2 \rightarrow R^3$  che soddisfa a

$$L(3, 2) = (1, 0, 1) \quad L(1, -1) = (1, -1, 1),$$

determinare tutti i vettori che risultano ortogonali a  $Im(L)$ .

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare tutte le matrici  $X$  tali che  $AX = XA = O$  (la matrice nulla).

3. (3 pt) Sia  $r$  la retta tangente alla parabola di equazione  $y = -x^2$  nel punto  $(2, -4)$ , determinare fra le rette ortogonali a  $r$  quella che risulta tangente alla parabola.

**ANALISI**

4. (2 pt) Sia  $f : R \rightarrow R$  e  $T > 0$ , cosa significa dire che  $f$  è periodica di periodo  $T$  ?

5. (4 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = 3 - e^{x+2}$  è invertibile e calcolare esplicitamente la funzione inversa.

6. (5 pt) Studiare la funzione  $f(x) = (x^2 - 17)\sqrt{3 - x}$ , tracciarne un grafico .

7. (6 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^4 - 4x + 2$  ha un'unica radice nell'intervallo  $[0, 1]$ , approssimare tale radice col metodo di Newton. (Calcolare due iterate).

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \pi^{n/2}}{2^n}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$x + 4 < \sqrt[3]{1 + x^3}$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cot(\frac{\pi x}{2})}{1 - x}$$

**GEOMETRIA**

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare  $L : R^2 \rightarrow R^3$  che soddisfa a

$$L(3, -2) = (1, -1, 0) \quad L(1, 0) = (1, -1, -1),$$

determinare tutti i vettori che risultano ortogonali a  $Im(L)$ .

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

determinare tutte le matrici  $X$  tali che  $AX = XA = O$  (la matrice nulla).

3. (3 pt) Sia  $r$  la retta tangente alla parabola di equazione  $y = x^2$  nel punto  $(-2, 4)$ , determinare fra le rette ortogonali a  $r$  quella che risulta tangente alla parabola.

**ANALISI**

4. (2 pt) Sia  $f : (a, b) \rightarrow R$ , cosa significa dire che  $f$  è limitata ?

5. (4 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = \log(2x - 3) - 4$  è invertibile e calcolare esplicitamente la funzione inversa.

6. (5 pt) Studiare la funzione  $f(x) = (11 - 3x)\sqrt{8 + x^3}$ , tracciarne un grafico .

7. (6 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 1$  ha un'unica radice nell'intervallo  $[0, 1]$ , approssimare tale radice col metodo di Newton. (Calcolare due iterate).

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n/2}}{n 2^n}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\sqrt[3]{x^3 - 1} < x + 4$$

10. (3 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} (x - \pi/2)^2 \tan x$$

**GEOMETRIA**

1. (vale 4 punti) Data l'applicazione lineare  $L : R^2 \rightarrow R^3$  che soddisfa a

$$L(-3, 2) = (1, 1, 0) \quad L(1, 1) = (1, 1, -1),$$

determinare tutti i vettori che risultano ortogonali a  $Im(L)$ .

2. (3 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare tutte le matrici  $X$  tali che  $AX = XA = O$  (la matrice nulla).

3. (3 pt) Sia  $r$  la retta tangente alla parabola di equazione  $y = -x^2$  nel punto  $(-2, -4)$ , determinare fra le rette ortogonali a  $r$  quella che risulta tangente alla parabola.

**ANALISI**

4. (2 pt) Sia  $f : (a, b) \rightarrow R$ , cosa significa dire che  $f$  non è limitata ?

5. (4 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = e^{2x-5} + 3$  è invertibile e calcolare esplicitamente la funzione inversa.

6. (5 pt) Studiare la funzione  $f(x) = (x^2 - 17)\sqrt{3+x}$ , tracciarne un grafico .

7. (6 pt) Dimostrare che la funzione  $f(x) = x^4 + 4x + 2$  ha un'unica radice nell'intervallo  $[-1, 0]$ , approssimare tale radice col metodo di Newton. (Calcolare due iterate).

8. (4 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{n 17^{n/2}}$$

9. (2 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$x - 4 > \sqrt[3]{x^3 - 1}$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{(\cot x)^2}{(\pi/2 - x)^2}$$