Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila A 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + hz = 2 \\ y - z = 3 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-3\\2\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-3\\0\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\-6\\7\end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y = x^2$ si considerino la tangente e la normale uscenti dal punto $P_a = (a, a^2)$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Siano T_a, N_a le intersezioni con l'asse delle x della tangente e della normale, sia inoltre $X_a = (a, 0)$. Determinare il valore positivo di a per cui i triangoli di vertici T_a, X_a, P_a e N_a, X_a, P_a risultino uguali.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x) = [\cos(1 - \cos(x^2))]^2$$

5. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = x\,\mathrm{e}^{\frac{x}{x+1}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{x^4 + 1}{x^2 + x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} (1 - x)^{1/\sin x}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x^2 - 9x + 7| \le 7$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila B 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} 2x + y - 2z = -1 \\ x - 2y + hz = 2 \\ y - 2z = -3 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-1\\3\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-5\\3\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\4\\6\end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y = x^2$ si consideri la normale uscente dal punto $P_a = (a, a^2)$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Sia N_a la intersezione con l'asse delle x della normale, sia inoltre $X_a = (a, 0)$. Determinare il valore positivo di a per cui il triangolo di vertici N_a, X_a, P_a abbia area 10.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sin(1 - x^2 \sin x)}$$

5. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = -1$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = x\,\mathrm{e}^{\frac{x}{x-1}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{x^4}{2x^2 + 1}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} (\cos x)^{1/\sin x}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x^2 - 9x + 7| > 7$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila C 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = -2 \\ x - 2y + hz = 3 \\ 2y - z = 1 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ -9 \end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y = x^2$ si consideri la normale uscente dal punto $P_a = (a, a^2)$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Siano N_a e M_a le intersezioni con l'asse delle x e con l'asse delle y della normale. Determinare il valore positivo di a per cui il triangolo di vertici O, M_a, N_a abbia area 9/4.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x) = [\log(1 + \frac{x}{\log x})]^3$$

5. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = -\infty$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x}{x+1}\, e^{-\frac{1}{x}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{\log(3x)}{x \log x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} x^{x \log x}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x^2 + 9x + 7| < 7$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila D 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ -x + 2y + hz = -3 \\ y - z = 1 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y = \sqrt{x}$ si considerino la tangente e la normale uscenti dal punto $P_a = (a, \sqrt{a})$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Siano T_a, N_a le intersezioni con l'asse delle x della tangente e della normale, sia inoltre $X_a = (a, 0)$. Determinare il valore positivo di a per cui i triangoli di vertici T_a, X_a, P_a e N_a, X_a, P_a risultino uguali.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\arctan(\sin 1/x - x^2)}$$

5. (3 pt) Determinare il modulo e un argomento del numero complesso

$$(1 - i)^{-3}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2+x^3}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{x^4 + 1}{x^2 - x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} x \arctan(1/x^2) \log(1 + x)$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\sqrt{x^2 - 16} > |x + 1|$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila E 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} -x-3y-z=-2 \\ 2x+2y+hz=3 \\ -3y-z=-1 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\\5\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\10\\-2\end{pmatrix}, L\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\-7\\-13\end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y=\sqrt{x}$ si consideri la normale uscente dal punto $P_a=(a,\sqrt{a})$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Sia N_a la intersezione con l'asse delle x della normale, sia inoltre $X_a=(a,0)$. Determinare il valore positivo di a per cui il triangolo di vertici N_a, X_a, P_a abbia area 1/2.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x)=x^{\log(1+\sin 1/x)}$$

5. (3 pt) Determinare il modulo e un argomento del numero complesso

$$(2+2i)^{-3}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x)=\frac{1-x}{\sqrt{2-x^3}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{x^4}{x^2+2}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} x\arctan(1/\sqrt{x})\sin(1/\sqrt[3]{x})$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\sqrt{x^2-16} \le |x+1|$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile) Fila F 17-dicembre-2007

GEOMETRIA

1.(3 pt) Discutere l'esistenza delle soluzioni del seguente sistema lineare in funzione del parametro h e, in caso di esistenza, determinare la dimensione della loro varietà.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 3 \\ -x + 2y + hz = -1 \\ 3y - z = -2 \end{cases}$$

2. (4 pt) Data l'applicazione lineare $L : R^4 \to R^3$ definita da

$$L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 12 \end{pmatrix}, L\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -16 \end{pmatrix}$$

determinare una base di Ker L e una base di Im L.

3. (4 pt) Nella parabola di equazione $y = \sqrt{x}$ si consideri la normale uscente dal punto $P_a = (a, \sqrt{a})$ (la normale in P_a è la retta perpendicolare alla tangente). Siano N_a e M_a le intersezioni con l'asse delle x e con l'asse delle y della normale. Determinare il valore positivo di a per cui il triangolo di vertici O, M_a, N_a abbia area 9/4.

ANALISI

4. (3 pt) Calcolare la derivata $f'(x)$ della funzione

$$f(x) = (\log x)^{\log(1+\sin(x^2))}$$

5. (3 pt) Determinare il modulo e un argomento del numero complesso

$$\frac{(1+i)^2}{1-i}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{1-x^2}{\sqrt{2+x}}$ e tracciarne un grafico.

7. (4 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$\frac{\log(5x)}{x}$$

8. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(1 + 1/\sqrt{x})}{(\arctan x - \pi/2)}$$

9. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\sqrt{x^2 - 16} < |1 - x|$$