GEOMETRIA

1. (6 pt) Data l'applicazione lineare $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{c} x - y \\ -2x \\ y - 3x \end{array}\right)$$

e le basi

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \right\} \,, \, \mathcal{B}_2 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \right\}$$

determinare α e β tali che la matrice

$$\left(\begin{array}{cc}
\alpha & 0 \\
-3 & -2 \\
1 & \beta
\end{array}\right)$$

rappresenti L nelle basi \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 .

2. (5 pt) Sia r_m la retta di equazione y = mx: determinare m > 0 tale che la circonferenza tangente all'asse y in (0,3) e tangente a r_m abbia raggio 2.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{4} - \arctan\left(\frac{3x}{x^2 - 4}\right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Risolvere la disequazione

$$x^4 - x < 0$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \tan x \log(\cos x) \ dx$$

6. (5 pt) Si indichi con S la somma di due numeri positivi x e y: determinare gli eventuali valori di S per cui l'espressione (x^2+x+y^2+y) abbia come minimo valore 12.

Fila B

14-luglio-2008

1. (6 pt) Data l'applicazione lineare $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{c} 2y \\ x+y \\ -x \end{array}\right)$$

e le basi

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \right\}, \, \mathcal{B}_2 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \right\}$$

determinare α e β tali che la matrice

$$\left(\begin{array}{cc}
-1 & \beta \\
\alpha & -1/2 \\
1 & 5/2
\end{array}\right)$$

rappresenti L nelle basi \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 .

2. (5 pt) Sia r_m la retta di equazione y = mx: determinare m < 0 tale che la circonferenza tangente all'asse y in (0,4) e tangente a r_m abbia raggio 1.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = (x-1)|x^2 + x - 6|$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Risolvere la disequazione

$$\log_2(1 - \sqrt{x - 2}) + 3 < 0$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{e^{-x}}{1 + e^{-2x}} \ dx$$

6. (5 pt) Si indichi con S la somma di due numeri positivi x e y: determinare gli eventuali valori di S per cui l'espressione (x^5+y^5) abbia come minimo valore 64.

Fila C

14-luglio-2008

1. (6 pt) Data l'applicazione lineare $L:R^2\to R^3$ definita da

$$\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{c} 2x - 3y \\ -x \\ y - 2x \end{array}\right)$$

e le basi

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \right\}, \, \mathcal{B}_2 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \right\}$$

determinare α e β tali che la matrice

$$\begin{pmatrix}
1/2 & -1/2 \\
-5/2 & \beta \\
\alpha & -1/2
\end{pmatrix}$$

rappresenti L nelle basi \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 .

2. (5 pt) Sia r_m la retta di equazione y = mx: determinare m < 0 tale che la circonferenza tangente all'asse y in (0, -5) e tangente a r_m abbia raggio 2.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{3x}{4-x^2}\right) - \frac{\pi}{4}$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Risolvere la disequazione

$$x^4 + x \ge 0$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\int_0^{\pi/4} \tan x \log(1/\cos x) \ dx$$

6. (5 pt) Si indichi con P il prodotto di due numeri positivi x e y: determinare gli eventuali valori di P per cui l'espressione (x+y) abbia come minimo valore 12.

Prova scritta di ANALISI I e GEOMETRIA

SIE (Ing. Edile)

Fila D

14-luglio-2008

1. (6 pt) Data l'applicazione lineare $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$\left(\begin{array}{c} x \\ y \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{c} y \\ 2x \\ 3y - 4x \end{array}\right)$$

e le basi

$$\mathcal{B}_1 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \right\}, \, \mathcal{B}_2 = \left\{ \left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \right\}$$

determinare α e β tali che la matrice

$$\left(\begin{array}{cc}
-3 & \beta \\
-1 & 0 \\
\alpha & 2
\end{array}\right)$$

rappresenti L nelle basi \mathcal{B}_1 e \mathcal{B}_2 .

2. (5 pt) Sia r_m la retta di equazione y=mx: determinare m>0 tale che la circonferenza tangente all'asse y in (0,-2) e tangente a r_m abbia raggio 1.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = (x+1)|x^2 - x - 6|$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Risolvere la disequazione

$$\log_2(1+\sqrt{x-2}) - 1/2 \ge 0$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{x/2}}{1 + \mathrm{e}^x} \, dx$$

6. (5 pt) Si indichi con P il prodotto di due numeri positivi x e y: determinare gli eventuali valori di P per cui l'espressione (x^2+y^2) abbia come minimo valore 64.