

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che lascia invariato il piano di equazione $x + y + z = 0$ e che manda il punto $(1, 0, 1)$ nel punto $(0, 1, 1)$. Determinare dove L manda il punto $(1, 1, 1)$.

2. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Scrivere l'equazione della retta bisettrice dell'angolo formato (nel primo quadrante) dalle due rette

$$y = 4x \quad \text{e} \quad y = 3x.$$

ANALISI

4. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa:

$A \subset B \Rightarrow \inf A \leq \inf B$ (dove A e B sono insiemi non vuoti di numeri reali).

5. (3 pt) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = 4 + (1/3)^x$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{x}(1 + \frac{1}{\log x})$, tracciarne un grafico.

7. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disuguaglianza

$$|2x + 3| - x - 1 \geq 0$$

8. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno a 0 della funzione

$$f(x) = \log(x^2 + x + 1)$$

9. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k \log(1 + k^4)}$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(1 + e^{x^3} + x) \left(1 - \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2}}\right)$$

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che lascia invariato il piano di equazione $x - y + z = 0$ e che manda il punto $(0, 0, 1)$ nel punto $(1, 0, 1)$. Determinare dove L manda il punto $(1, 1, 1)$.

2. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Scrivere l'equazione della retta bisettrice dell'angolo formato (nel primo quadrante) dalle due rette

$$y = 5x \quad \text{e} \quad y = x.$$

ANALISI

4. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$f(x) = \log_{0,7}(x+1) \quad \text{è una funzione monotona.}$$

5. (3 pt) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{4-x^2}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = e^{x/2}(1 + \frac{1}{x})$, tracciarne un grafico.

7. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disuguaglianza

$$|9 - 2x| + x - 4 \geq 0$$

8. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno a 0 della funzione

$$f(x) = e^{(x^2-2x)}$$

9. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k+1}{2k+1}\right)^k$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - 1 - (\cos x)^2}{e^{2x-\pi} - 1 + \pi - 2x}$$

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che lascia invariato il piano di equazione $x + y - z = 0$ e che manda il punto $(1, 1, 0)$ nel punto $(1, 1, 1)$. Determinare dove L manda il punto $(1, 1, 1)$.

2. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Scrivere l'equazione della retta bisettrice dell'angolo formato (nel primo quadrante) dalle due rette

$$y = x \quad \text{e} \quad y = x/2.$$

ANALISI

4. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa:

$A \supset B \Rightarrow \inf A \leq \inf B$ (dove A e B sono insiemi non vuoti di numeri reali).

5. (3 pt) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = 2 + 3^x$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = x^2(1 + \frac{1}{4 \log x})$, tracciarne un grafico.

7. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disuguaglianza

$$|3 - 2x| + x - 1 \leq 0$$

8. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno a 0 della funzione

$$f(x) = \sqrt{\cos x}$$

9. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 4^k}{2^k + 5^k}$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sqrt{x}} + \cos(\sqrt[4]{x}) - 2}{\sin x}$$

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che lascia invariato il piano di equazione $x - y - z = 0$ e che manda il punto $(1, 0, 0)$ nel punto $(1, 1, -1)$. Determinare dove L manda il punto $(1, 1, 1)$.

2. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Scrivere l'equazione della retta bisettrice dell'angolo formato (nel primo quadrante) dalle due rette

$$y = 3x \quad \text{e} \quad y = 2x.$$

ANALISI

4. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$f(x) = \log_3(1 + 2^x) \quad \text{è una funzione monotona.}$$

5. (3 pt) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1 - x^4}$$

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = e^{-x/2}(1 - \frac{1}{x})$, tracciarne un grafico.

7. (3 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disuguaglianza

$$|5 + 2x| + x + 3 \leq 0$$

8. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 3 intorno a 0 della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin x)$$

9. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{\sqrt{k}}$$

10. (4 pt) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x+3) - \log x - 3 \sin(1/x)}{\cos(1/x) - 1}$$