

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila A

11-settembre-2008

GEOMETRIA

1. (5 pt) Determinare una base per $\ker L$ e una base per $\text{Im} L$, dove l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_3 - x_4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. (5 pt) Data la parabola di equazione $y = x^2$, sia P un punto su di essa nel primo quadrante e sia $t(P)$ la retta tangente alla parabola in P , è dato anche il punto $A = (2, 1/2)$: determinare P in modo tale che la retta congiungente A con P sia perpendicolare a $t(P)$.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = x + \log \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Calcolare l'area della figura piana

$$\{(x, y) : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq y \leq 1 - x\}$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + x^3)^{\frac{1}{\log x}}$$

6. (5 pt) Sia

$$f(x) = x - \cos x$$

determinare, motivando il risultato, quante radici ha (eventualmente nessuna) l'equazione $f(x) = 0$.

GEOMETRIA

1. (5 pt) Determinare una base per $\ker L$ e una base per $\operatorname{Im} L$, dove l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 - x_4 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}$$

2. (5 pt) Data la parabola di equazione $y = x^2$, sia P un punto su di essa nel primo quadrante e sia $t(P)$ la retta tangente alla parabola in P , è dato anche il punto $A = (3, 0)$: determinare P in modo tale che la retta congiungente A con P sia perpendicolare a $t(P)$.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \log(1+x)$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Calcolare l'area della figura piana

$$\{(x, y) : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq y \leq 1 - x\}$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^3)^{\frac{1}{\log(1+x^2)}}$$

6. (5 pt) Sia

$$f(x) = x + (\cos x)^2$$

determinare, motivando il risultato, quante radici ha (eventualmente nessuna) l'equazione $f(x) = 0$.

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila C

11-settembre-2008

GEOMETRIA

1. (5 pt) Determinare una base per $\ker L$ e una base per $\operatorname{Im} L$, dove l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 - x_3 \\ 0 \\ x_2 - x_4 \end{pmatrix}$$

2. (5 pt) Data la parabola di equazione $y = x^2$, sia P un punto su di essa nel secondo quadrante e sia $t(P)$ la retta tangente alla parabola in P , è dato anche il punto $A = (-2, 1/2)$: determinare P in modo tale che la retta congiungente A con P sia perpendicolare a $t(P)$.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = x - \log\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Calcolare l'area della figura piana

$$\{(x, y) : y \in [0, 1], 0 \leq x \leq \sqrt{y}, 0 \leq x \leq \sqrt{1-y}\}$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\log(e+x)]^{\frac{1}{x}}$$

6. (5 pt) Sia

$$f(x) = |x| + \cos x$$

determinare, motivando il risultato, quante radici ha (eventualmente nessuna) l'equazione $f(x) = 0$.

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

11-settembre-2008

GEOMETRIA

1. (5 pt) Determinare una base per $\ker L$ e una base per $\text{Im}L$, dove l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è definita da

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_4 - x_1 \\ x_3 - x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. (5 pt) Data la parabola di equazione $y = x^2$, sia P un punto su di essa nel secondo quadrante e sia $t(P)$ la retta tangente alla parabola in P , è dato anche il punto $A = (-3, 0)$: determinare P in modo tale che la retta congiungente A con P sia perpendicolare a $t(P)$.

ANALISI

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} - \log(1 - x)$$

e tracciarne un grafico.

4. (4 pt) Calcolare l'area della figura piana

$$\{(x, y) : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq y \leq 1 - x^2\}$$

5. (5 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [\log(e^x + 1)]^{\frac{1}{x}}$$

6. (5 pt) Sia

$$f(x) = |x| - \cos x$$

determinare, motivando il risultato, quante radici ha (eventualmente nessuna) l'equazione $f(x) = 0$.