

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila A

10-settembre-2007

**GEOMETRIA**

1. (4 pt) Usando le basi canoniche determinare la matrice che rappresenta l'applicazione lineare  $L : R^3 \rightarrow R^2$  che ha come nucleo il piano di equazione  $x + y + z = 0$  e che manda il punto  $(1, 1, 1)$  nel punto  $(1, 1)$ .

2. (2 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Data la (unica) circonferenza passante per i punti

$A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 1/2)$  e  $C = (3, 1/2)$ ,

scrivere l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto A.

**ANALISI**

4. (2 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione (dove  $x$  e  $y$  sono numeri reali) è vera o falsa:

$$x + y < x - y \Rightarrow y \leq 0.$$

5. (4 pt) E' data la funzione

$$f(x) = (1/2) \arctan(\sqrt{x+2})$$

calcolare  $f^{-1}(\pi/8)$  e  $(f^{-1})'(\pi/8)$ .

6. (6 pt) Studiare la funzione  $f(x) = \frac{e^x}{2e^{2x}+1}$ , tracciarne un grafico.

7. (2 pt) Disegnare nel piano complesso l'immagine dell'insieme

$$\{z \in C : \operatorname{Re} z \geq 2, |z| \leq 4\}$$

8. (5 pt) Calcolare il valore minimo della distanza del punto  $(0, 1)$  dai punti della parabola di equazione  $y = x^2$ .

9. (4 pt) Calcolare (esattamente) la somma della serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k 2 \left(\frac{1}{3}\right)^k$$

10. (3 pt) Calcolare una primitiva della funzione  $\frac{x}{2^x}$ .

**GEOMETRIA**

1. (4 pt) Usando le basi canoniche determinare la matrice che rappresenta l'applicazione lineare  $L : R^3 \rightarrow R^2$  che ha come nucleo il piano di equazione  $x - z = 0$  e che manda il punto  $(1, 1, -1)$  nel punto  $(1, 1)$ .

2. (2 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

3. (4 pt) Data la (unica) circonferenza passante per i punti  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 1/2)$  e  $C = (3, 1/2)$ , scrivere l'equazione della retta tangente alla circonferenza nel punto B.

**ANALISI**

4. (2 pt) Dire, motivando la risposta, se la seguente affermazione (dove  $x$  e  $y$  sono numeri reali) è vera o falsa:

$$x - y \geq x + y \Rightarrow y < 0.$$

5. (4 pt) E' data la funzione

$$f(x) = (1/2)\sqrt{\arctan(x+2)}$$

calcolare  $f^{-1}(\sqrt{\pi}/4)$  e  $(f^{-1})'(\sqrt{\pi}/4)$ .

6. (6 pt) Studiare la funzione  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 2}$ , tracciarne un grafico.

7. (2 pt) Disegnare nel piano complesso l'immagine dell'insieme

$$\{z \in C : \text{Im } z \leq 2, \pi/8 \leq \text{Arg } z \leq 3\pi/4\}$$

8. (5 pt) Calcolare il valore minimo della distanza del punto  $(3, 0)$  dai punti della parabola di equazione  $y = x^2$ .

9. (4 pt) Calcolare (esattamente) la somma della serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k}{3^{k-1}}$$

10. (3 pt) Calcolare una primitiva della funzione  $x 3^{3x}$ .