

Prova ANALISI parte prima

EDL

Fila A

13-luglio-2010

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora esiste almeno un punto in cui la f
si annulla se

$$f(0) = \sqrt{7} - 5/2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sqrt{6} - 5/2$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora

$$\int_0^1 f(x) dx \geq 1 \Rightarrow f(x) \geq 0, \quad x \in [0, 1]$$

3. (13 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - |x| + 3x - 3}{3x^2 + 1}$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Determinare il carattere del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{x/3}(x - \sin x)(x^3 + 1)}{x^3 \sqrt{e^x - 1}} dx$$

5. (4 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequaglianza

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{2x} \geq 5x$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[1 - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right]^{x-1}$$

Prova ANALISI parte prima

EDL

Fila B

13-luglio-2010

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora esiste almeno un punto in cui la f si annulla se

$$f(0) = \sqrt{6} - 5/2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora

$$f(x) \geq 1 \Rightarrow \int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx \leq 1$$

3. (13 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - |x| - 3}{3x^2 + 1}$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Determinare il carattere del seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^{x/3}(x - \sin x)(x^3 + 1)}{x^3 \sqrt{e^x - 1}} dx$$

5. (4 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequaglianza

$$\frac{x}{x+2} > \frac{x+3}{3x+1}$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 \arctan x - \frac{\pi x^2}{2} + x \right)$$

Prova ANALISI parte prima

EDL

Fila C

13-luglio-2010

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora esiste almeno un punto in cui la f si annulla se

$$f(0) \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right) = \cos 1 - \sin 1$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua, allora $Q(x) = \int_x^0 f(t) dt$ è una primitiva di $f(x)$, $x \in [0, 1]$.

3. (13 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - |x| + x - 3}$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Determinare il carattere del seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(\arcsin x)(\cos x)^3}{x^{3/2} \sqrt{\log(1+x)}} dx$$

5. (4 pt) Determinare l'insieme delle soluzioni della disequaglianza

$$\frac{x}{x-2} < \frac{3-x}{1-3x}$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x\sqrt{1+x^3}}{e^{x^2} \cos x - (\cos x)^2 + 2x^2}$$