

**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE

Fila A

21-giugno-2011

1. (3 pt) Sia  $f(x, y) = e^{xy} \arcsin(x + \sqrt{y})$ : calcolare  $(\text{grad} f)(0, 1/2)$ .

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente:

$$(x, y) \rightarrow (0, 0) \Rightarrow xy^2 = o(\|(-x, y)\|^3)$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 5y' = 5 - e^{5x} + 2e^{-5x} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

4. (7 pt) Sia

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y \leq \log x, x + y \leq e + 1\},$$

calcolare

$$\iint_K y \, dx dy$$

5. (9 pt) Determinare gli eventuali estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$$

ristretta all'insieme

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, xy \geq 2\sqrt{2}\}$$

6. (6 pt) Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  risulta convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{a+1}}{\arctan(1/n) + 1/\sqrt{n}}$$

**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE

Fila B

21-giugno-2011

1. (3 pt) Sia  $f(x, y) = \log(2 + xy) \arctan(x + \sqrt{y})$ : calcolare  $(\text{grad}f)(0, 4)$ .

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente:

$$(x, y) \rightarrow (0, 0) \Rightarrow \|(x, -y)\|^2 = o(|x| + |y|)$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = x^3 + 2e^{-x} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

4. (7 pt) Sia

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x, \log x \leq y, x + y \leq e + 1\},$$

calcolare

$$\iint_K \frac{1}{x} dx dy$$

5. (9 pt) Determinare gli eventuali estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2(x + y) - y^2 - 4y$$

ristretta all'insieme

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

6. (6 pt) Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  risulta convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1 + 1/\sqrt{n}) + 1/n}{n^{a-2}}$$

**Prova ANALISI parte seconda**

EDL e SIE

Fila C

21-giugno-2011

1. (3 pt) Sia  $f(x, y) = e^{(x/y)} \cos[1 + \sqrt{1 + \log(x + y^2)}]$ : calcolare  $(\text{grad}f)(0, 1)$ .

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente:

$$(x, y) \rightarrow (0, 0) \Rightarrow \|(x, 2y)\|^2 = o(\|(2x, y)\|)$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = xe^x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

4. (7 pt) Sia

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq e + 1 \leq x + y, y \leq \log x\},$$

calcolare

$$\iint_K \frac{1}{x} dx dy$$

5. (9 pt) Determinare gli eventuali estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = (x - 2)^2 + y^2$$

ristretta all'insieme

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, xy \geq 3\sqrt{3}\}$$

6. (6 pt) Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  risulta convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 + n^2 \log(n)}{n^a}$$