

Prova ANALISI parte prima

Fila A

21-giugno-2011

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ continua e inoltre

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty,$$

allora f è suriettiva .

2. (4 pt) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 5; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5,$$

dimostrare che f non ammette massimo assoluto.

3. (11 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = (x + 2) e^{1/x}$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_{-2}^1 \frac{x}{\sqrt{2-x}} dx$$

5. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$|2x^2 - 1| \leq 3x - 2x^2 + 1$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\log(1+x^2)} - \frac{1}{x^2} \right)$$

Prova ANALISI parte prima

Fila B

21-giugno-2011

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitata e derivabile e inoltre

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1,$$

allora esiste

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

2. (4 pt) Sia $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > -1; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1,$$

dimostrare che f non ammette minimo assoluto.

3. (11 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = xe^{\frac{6}{6x+1}}$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx$$

5. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$|x^2 - 1| \leq |2x^2 - 3|$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos(2x)} \right)^{1/x^2}$$

Prova ANALISI parte prima

Fila C

21-giugno-2011

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua e inoltre

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 ,$$

allora esiste almeno un $a \in \mathbb{R}$ tale che $f(a) = 0$.

2. (4 pt) Sia $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua e inoltre tale che

$$f(0) = 2 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 ,$$

dimostrare che f ammette massimo assoluto.

3. (11 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{6-x}{x} e^x$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_7^{14} \frac{dx}{x - \sqrt{x+2}}$$

5. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} < \sqrt{5}$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\tan(3x)}{\tan x} \right)$$