Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE Fila A 22-giugno-2010

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente "se $\sum a_n$ e $\sum b_n$ sono due serie a termini positivi convergenti, allora anche la serie $\sum a_n b_n$ è convergente".

2. (4 pt) Sia $f : R^2 \to R$ di classe C^1, dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente

$$f(x,y) \geq 0 \ , \ f(0,0) = 0 \ \Rightarrow (\text{grad} f)(0,0) = (0,0)$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2}{1-x^2}\, y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4. (9 pt) Calcolare il baricentro dell'insieme

$$\{(x,y) : 0 \leq x \leq 1, \ \ 0 \leq y \leq x(1-x)\}$$

5. (10 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione
$f(x,y) = xy - y^2 + 3$ ristretta all'insieme

$$\{(x,y) : 0 \leq x, \ \ x + y^2 \leq 1\}$$

6. (4 pt) Calcolare $f_{xy}(1 + \log 2, \log 3)$ dove

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{\frac{y}{1-x}}$$

Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE Fila B 22-giugno-2010

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente "se $\sum a_n$ è una serie a termini positivi divergente, allora anche la serie $\sum(1-\cos(a_n))$ è divergente".

2. (4 pt) Sia $f : R^2 \to R$ di classe C^1, dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente

$$f(0,0) = f(1,1) \ \Rightarrow \exists P \in R^2 : (\text{grad} f)(P) = (0,0)$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y(y+3) \\ y(0) = -6 \end{cases}$$

4. (9 pt) Calcolare il baricentro dell'insieme

$$\{(x,y) : 1/2 \le x \le 2, \ \ 1/2 \le y \le 1/x\}$$

5. (10 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione $f(x,y) = xy - x^2 + 3$ ristretta all'insieme

$$\{(x,y) : -1 \le y, \ \ x^2 + y \le 1\}$$

6. (4 pt) Calcolare $f_{xy}(\log 3, -1 + \log 2)$ dove

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{-\frac{x}{1+y}}$$

Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE Fila C 22-giugno-2010

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente "sia $a_n \neq 0$, se la serie $\sum \frac{1}{a_n}$ converge allora la serie $\sum |a_n|$ diverge ".

2. (4 pt) Sia $f : R^2 \to R$ di classe C^1, dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente

$$f(0,0) = 0\,,\ (\mathrm{grad} f)(0,0) = (0,0)\ \Rightarrow\ \exists\,\delta > 0 : |f(x,y)| \leq \|(x,y)\| \text{ se } \|(x,y)\| < \delta$$

3. (7 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(1+y^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4. (9 pt) Calcolare il baricentro dell'insieme

$$\{(x,y) : 0 \leq y \leq 1, \ \ -\mathrm{e}^y \leq x \leq \mathrm{e}^y\}$$

5. (10 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione
$f(x,y) = 3 - xy - x^2$ ristretta all'insieme

$$\{(x,y) : y \leq 1, \ \ x^2 - y \leq 1\}$$

6. (4 pt) Calcolare $f_{xy}(1 - \log 4, 2)$ dove

$$f(x,y) = \mathrm{e}^{\frac{1-x}{y}}$$