

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila A

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^4 \rightarrow R^3$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^4 e R^3) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Ker}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & h-2 & 2 \\ 2h & h & 1 & h-2 \\ 6 & 3 & 1 & h \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale h .

3. (3 pt) Sia $V = (-1, 0)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $x - \frac{y^2}{9} = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = 1 + 2x^3$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^2+3x}{2x^2+2x-4}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\pi^n - n^4}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{2n-1} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{3x - x^2 - 2}{x - 5} \geq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (x^2 - 2x) \sin(x - x^2)$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila B

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^4 \rightarrow R^3$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^4 e R^3) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Ker}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 6 & h & 2h \\ 3 & 1 & h \\ -1 & 2-h & -1 \\ h & 2 & h-2 \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale h .

3. (3 pt) Sia $V = (1, 0)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $\frac{y^2}{9} + x = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{2x^2+2x-4}{x^2+3x}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^4 + n}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}(n+1)}{n+2} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x+1}{3x-x^2-2} \geq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (x - 3x^2) \log(1 + x^2 - x^3)$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila C

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^3 \rightarrow R^4$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^3 e R^4) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Im}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 12 & h & 6 & 2 \\ h & 4 & 2 & h-4 \\ 2h & h-4 & h & 2 \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale h .

3. (3 pt) Sia $V = (0, -1)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $y - \frac{x^2}{9} = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 7$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = \arctan(x^3)$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{(x+2)(x+3)}{x(x-1)}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{n - \sqrt{6n+1}}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}(n+2)}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (x^2 - 2x)\sqrt{1 + x^2 - x^3}$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila D

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^4 \rightarrow R^3$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^4 e R^3) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Ker}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} t+2 & 1 & t & 2 \\ 2t+4 & 2+t & 1 & t \\ 6 & 3 & 1 & t+2 \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale t .

3. (3 pt) Sia $V = (-1, 0)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $x - 9y^2 = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = 2 - x^3$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x^2 - 2x - 4}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{e^n - n^5}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 5} \leq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (x - 2x^2) \sin(x^2 - x)$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila E

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^4 \rightarrow R^3$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^4 e R^3) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Ker}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 6 & t+2 & 2t+4 \\ 3 & 1 & t+2 \\ 1 & t & 1 \\ t+2 & 2 & t \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale t .

3. (3 pt) Sia $V = (1, 0)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $9y^2 + x = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = 2 - \sqrt[3]{x}$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{2x^2 - 2x - 4}{x^2 - 3x}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\log n)^5 + \sqrt{n^2 + 1}}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n (2n + 1)}{2n + 3} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$\frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2} \leq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (3x^2 - x) \log(1 - x^2 + x^3)$$

Prova scritta di **ANALISI I e GEOMETRIA**

SIE (Ing. Edile)

Fila F

15-gennaio-2007

GEOMETRIA

1. (3 pt) Sia $f : R^3 \rightarrow R^4$ l'applicazione lineare rappresentata (nelle basi canoniche di R^3 e R^4) dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare una base per $\text{Im}(f)$.

2. (4 pt) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 12 & t+4 & 6 & 2 \\ t+4 & 4 & 2 & t \\ 2t+8 & t & t+4 & 2 \end{pmatrix}$$

determinare il rango di A al variare del parametro reale t .

3. (3 pt) Sia $V = (0, -1)$ e siano P e Q i punti di incontro delle tangenti per V alla parabola di equazione $y - 9x^2 = 0$. Calcolare l'area del triangolo di vertici V, P, Q .

ANALISI

4. (3 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1$$

5. (3 pt) Sia $f(x) = \arctan(3 - 2x)$, calcolare $(f^{-1})'(x)$.

6. (7 pt) Studiare la funzione $f(x) = \frac{(x-2)(x-3)}{x(x+1)}$, tracciarne un grafico. (Non occorre considerare la derivata seconda).

7. (3 pt) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(-1)^n}{n - \sqrt{7n+1}}$$

8. (3 pt) Sia

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n(2n+3)}{2n+1} \right\}_{n=1}^{\infty},$$

determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme A e dire se sono o no, rispettivamente, il massimo e il minimo di A .

9. (3 pt) Risolvere la seguente disequazione

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 \leq 0$$

10. (4 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 5 intorno allo zero per la funzione

$$f(x) = (x + 2x^2)\sqrt{1 - x^2 - x^3}$$