

ANALISI II

EDL e SIE

Fila A

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Calcolare nel punto $(-1, 1)$ il gradiente della funzione

$$f(x, y) = \frac{\arctan(y) - \pi/4}{e^{1/x} - 1} .$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se una funzione $f(x)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con raggio di convergenza uguale a 2, allora la funzione $g(x) = f(x^2)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con raggio di convergenza uguale a $\sqrt{2}$.

3. (9 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = 17 \sin(2x) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

4. (9 pt) Sia

$$K = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq \sqrt{2x} \} ,$$

determinare il baricentro di K .

5. (9 pt) Sono dati tre numeri a, b, c positivi tali che $(a + b + c) = 30$, determinare il massimo assoluto del prodotto $a b^2 c^3$.

6. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 intorno all'origine per la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sin(x + y)}{1 + x - y} .$$

Prova ANALISI II

EDL e SIE

Fila B

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Calcolare nel punto (e^2, e) il gradiente della funzione

$$f(x, y) = \log[\log(x^y)] .$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se una funzione $f(x)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con raggio di convergenza uguale a $R > 0$, allora la funzione $g(x) = f(2x)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con lo stesso raggio di convergenza .

3. (9 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x} \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$$

4. (9 pt) Sia

$$K = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq 2x \leq y \leq \sqrt{x} \} ,$$

determinare il baricentro di K .

5. (9 pt) Sono dati tre numeri a, b, c positivi tali che $(a + b + c) = 30$, determinare il minimo assoluto dell'espressione $\frac{1}{abc}$.

6. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 intorno all'origine per la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{1+x+2y}}{1-x-y} .$$

Prova ANALISI II

EDL e SIE

Fila C

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Calcolare nel punto $(e, 1/e)$ il gradiente della funzione

$$f(x, y) = \frac{x-1}{y \log x} .$$

2. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: se una funzione $f(x)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con raggio di convergenza uguale a $+\infty$, allora anche la funzione $g(x) = f(2x^2)$ è sviluppabile in serie di Taylor intorno all'origine con raggio di convergenza uguale a $+\infty$.

3. (9 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 10y = 7e^x \\ y(0) = y'(0) = -1 \end{cases}$$

4. (9 pt) Sia

$$K = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{|x|} \leq y \leq \sqrt{1-x^2} \} ,$$

determinare il baricentro di K .

5. (9 pt) Sono dati tre numeri a, b, c positivi tali che $(a+b+c) = 1$, determinare il massimo assoluto dell'espressione $ab + ac + bc$.

6. (3 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 intorno all'origine per la funzione

$$f(x, y) = \frac{\cos(xy)}{\sqrt{1+x+2y}} .$$