

Prova ANALISI UNO

Fila A

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:
sia $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ e definiamo $g(x) = f\left(\frac{x}{3}\right)$ allora (indicando con D il dominio)

$$D(f) \cap D(g) = \emptyset .$$

2. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$1 \leq |\log(1 - \sqrt{x})|$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{3}{2}\sqrt{e} \right) \log x$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x}$$

5. (5 pt) Determinare per quali valori del parametro reale a risulta derivabile su tutto \mathbb{R} la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{a^2 + x^2} & \text{se } x > 0 \\ x \cos(ax) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

6. (7 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin(\sin x) - x}$$

Prova ANALISI UNO

Fila B

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: siano f e g derivabili in $(0, 1)$, allora

$$f'(x) \leq g'(x) \quad \forall x \in (0, 1) \Rightarrow f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in (0, 1) .$$

2. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$|e^{-\frac{1}{x}} - 1| < 1$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = 8xe^{2x} - 2e^{2x} - 4x + 1$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$$

5. (5 pt) Determinare per quali valori del parametro reale a risulta derivabile su tutto \mathbb{R} la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -xe^{ax} & \text{se } x \geq 0 \\ \log(1 - a^2x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

6. (7 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin 2x) - 2x + 2x^2}{x^3}$$

Prova ANALISI UNO

Fila C

10-gennaio-2013

1. (3 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione: sia $f \in C[a, b]$ e $f(x) > 0 \forall x \in [a, b]$, allora $\frac{1}{f(x)}$ è limitata in $[a, b]$.

2. (5 pt) Risolvere la disequazione

$$|e^{\frac{1}{x}} - 4| > 1$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = 2xe^{-2x} - e^{-2x} - 4x + 2$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}$$

5. (5 pt) Determinare per quali valori del parametro reale a risulta derivabile su tutto R la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \log(2 + a^2x) & \text{se } x > 0 \\ \sin(a^2x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

6. (7 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sin x)^2 - (\tan x)^2}{\log(\cos x)}$$