Prova intermedia di ANALISI

EDI (Ing. Edile)

Fila A

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{si ha} \quad x < y \Rightarrow 1/x > 1/y$$

2. (5 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{9x - 1}{9x^2 + 1} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = [\cos(1/x)]^{1/x}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 f'(x)$$

5. (6 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 4 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = (\sin x) \sqrt{1 - x^2}$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2(1-x)}$$

Prova intermedia di ANALISI

EDI (Ing. Edile)

Fila B

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \text{ si ha } x^2 + y^2 \leq (x + y)^2$$

2. (5 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 + 9}{x + 9} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = (\arctan x)^{1/x}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 f'(x)$$

5. (6 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 4 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = (\arctan x)e^{x^2}$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$$

Prova scritta di **Prova intermedia di ANALISI**

EDI (Ing. Edile)

Fila C

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\forall x, y < 0 \text{ si ha } x < y \Rightarrow \frac{1}{x^3} > \frac{1}{y^3}$$

2. (5 pt) Scrivere la definizione formale di

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$$

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = \left[\sqrt{\frac{x+1}{x}} \right]^{1/x}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 f'(x)$$

5. (6 pt) Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 4 intorno all'origine per la funzione

$$f(x) = \cos(\sqrt{x}) \log(1 - x^3)$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$$

Prova scritta di **Prova intermedia di ANALISI**

EDI (Ing. Edile)

Fila D

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \text{ si ha } \arctan(1+x) = \arctan(1+y) \Rightarrow x = y$$

2. (5 pt) Scrivere l'enunciato del teorema di Rolle.
3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x-1}$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = x \arctan\left(\frac{1}{\arctan x}\right)$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$$

5. (6 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [1 - x \sin(1/x)] \sqrt{x^4 + 1}$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{|x| - 1}$$

Prova scritta di **Prova intermedia di ANALISI**

EDI (Ing. Edile)

Fila E

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\text{se } f : R \rightarrow R \text{ si ha } f(x) \neq f(y) \Rightarrow x \neq y$$

2. (5 pt) Scrivere l'enunciato del teorema fondamentale del calcolo integrale.
3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{3x+2}}}{3x+1}$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = (\tan x) \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\cos x)^2 f'(x)$$

5. (6 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - e^{-2x^2}}{[\sin(4x)]^2}$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{|x| - 1}{x}$$

Prova scritta di **Prova intermedia di ANALISI**

EDI (Ing. Edile)

Fila F

10-febbraio-2009

1. (4 pt) Dire (motivando la risposta) se la seguente affermazione è vera o falsa:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \text{ si ha } x < y \Rightarrow |x - 1| < |y - 1|$$

2. (5 pt) Scrivere l'enunciato del teorema di Lagrange.
3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x-1}}}{x}$$

e tracciarne un grafico.

4. (5 pt) Sia

$$f(x) = (\sin x)^2 e^{\tan x}$$

calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$$

5. (6 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[1 + \left(\sin \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 \right]^{2x}$$

6. (5 pt) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{|x|}$$