

Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE

Fila A

24-gennaio-2011

1. (4 pt) Scrivere una serie di potenze centrata nell'origine con raggio di convergenza uguale a 2 e che risulti convergente sia in 2 sia in -2.

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: sia $f(x, y)$ una funzione di classe C^2 in un intorno dell'origine avente gradiente nullo nell'origine, allora anche tutte le sue derivate direzionali nell'origine sono nulle.

3. (8 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + x^3(y + 1) = 0 \\ y(0) = -2 \end{cases}$$

4. (8 pt) Sia $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 1/\sqrt{2}\}$: calcolare l'ascissa del baricentro di K .

5. (8 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = e^{-x}(2x - y)^2$$

sul rettangolo (perimetro e punti interni) di vertici $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(3, 0)$, $(3, 1)$.

6. (4 pt) Calcolare $f_x(0, 1)$ dove

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(e^{x^2} - 1)y}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE

Fila B

24-gennaio-2011

1. (4 pt) Scrivere una serie di potenze centrata nell'origine con raggio di convergenza uguale a 2, che non sia convergente in 2 e che non sia convergente in -2.

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: $f(x, y) = |x| + |y|$ è una funzione differenziabile in ogni punto diverso dall'origine.

3. (8 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y \log(y)}{x} \\ y(-1) = e \end{cases}$$

4. (8 pt) Sia $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 1/\sqrt{2}\}$: calcolare l'ordinata del baricentro di K .

5. (8 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = (x - 2y)^2 e^{-y}$$

sul rettangolo (perimetro e punti interni) di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 3)$, $(1, 3)$.

6. (4 pt) Calcolare $f_y(1, 0)$ dove

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(e^{-y^2} - 1)x}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

Prova ANALISI parte seconda

EDL e SIE

Fila C

24-gennaio-2011

1. (4 pt) Scrivere una serie di potenze centrata nell'origine con raggio di convergenza uguale a 2, che non sia convergente in 2 e che sia convergente in -2.

2. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione seguente: sia $f(x, y)$ definita in un intorno dell'origine ed ivi verifichi la disuguaglianza $|f(x, y)| \leq x^2$, allora f è continua nell'origine.

3. (8 pt) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\log(x)}{y^4} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

4. (8 pt) Sia $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 1/\sqrt{2}\}$: calcolare

$$\iint_K \frac{1}{x} dx dy$$

5. (8 pt) Determinare gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = (x + y)^2 e^{-(x^2 + y^2)}$$

sull'insieme: $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1/4, x, y \geq 0\}$.

6. (4 pt) Calcolare $f_x(0, 0)$ dove

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x^3} - 1}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$