

A.A. 2015-2016: Esercizi di Matematica Discreta.

Foglio 4: esercizi di teoria dei codici.

Tutti gli esercizi sono tratti, con qualche variazione, dal libro “Coding Theory: A First Course”, San Ling, Chaoping Xing Cambridge University Press (2004).

1) Sia  $g(x) = (1+x)(1+x+x^3) \in \mathbb{F}_2[x]$  il polinomio generatore del codice  $C$  binario ciclico di lunghezza 7 e dimensione 3. Scrivere una matrice generatrice  $G$  e una matrice di controllo di parità  $H$ . Scrivere una matrice di controllo di parità della forma  $(I_4|A)$ .

2) Sia  $g(x) = 1+x^4+x^6+x^7+x^8 \in \mathbb{F}_2[x]$  il polinomio generatore del codice  $C$  binario ciclico di lunghezza 15 e dimensione 7. Scrivere una matrice generatrice  $G$  e una matrice di controllo di parità  $H$ . Scrivere una matrice di controllo di parità della forma  $(I_8|A)$ .

3) Siano  $g_1(x)$  e  $g_2(x)$  i polinomi generatori dei codici ciclici  $q$ -ari  $C_1$  e  $C_2$  della stessa lunghezza. Mostrare che  $C_1 \subseteq C_2$  se e solo se  $g_1(x)$  è divisibile per  $g_2(x)$ .

4) Sia  $C$  il codice ciclico di lunghezza 7 e dimensione 4 con polinomio generatore  $g(x) = 1+x+x^3$ . Si supponga che ognuna delle seguenti parole ricevute contenga al più un errore. Decodificare queste parole utilizzando la decodifica “error trapping”.

(a) 1101011;

(b) 0101111;

(c) 0100011.

5) Sia  $C$  il codice ciclico di lunghezza 15 e dimensione 7 con polinomio generatore  $g(x) = 1+x^4+x^6+x^7+x^8$ . Decodificare le seguenti parole ricevute utilizzando la decodifica “error trapping”:

(a) 110111101110110;

(b) 111110100001000.

6) Sia  $C$  il codice ciclico di lunghezza 15 e dimensione 5 con polinomio generatore  $g(x) = 1+x+x^2+x^4+x^5+x^8+x^{10}$ . Costruire una matrice di controllo di parità della forma  $(I_{10}|A)$ . Decodificare le seguenti parole ricevute utilizzando la decodifica “error trapping”:

(a) 011111110101000;

(b) 100101111011100.