UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno accademico 2013/2014

Prof. FRANCESCA BUCCI

Settore inquadramento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Scuola Ingegneria

Dipartimento INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE (DICEA)

Insegnamento ANALISI MATEMATICA I

Moduli ANALISI MATEMATICA I

Settore insegnamento MAT/05 - ANALISI MATEMATICA

Corsi di studio INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE

N.B.- Ai sensi dell' art.2 della Legge 1-5-1941. n. 615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

n.: 1 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 16/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Introduzione al corso: presentazione dei due docenti, programma sintetico, testi consigliati.

Primi cenni di calcolo combinatorio. Misura in radianti degli archi, cenno sulle funzioni trigonometriche. Polinomi, divisibilita' con resto, regola di Ruffini. Discussione completa delle equazioni di primo e di secondo grado nel campo reale.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

---

n.: 2 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 19/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore)
Insiemi e logica. Linguaggio degli insiemi. Relazioni tra insiemi: uguaglianza, inclusione. Insiemi numerici. Operazioni su insiemi: intersezione, unione, differenza. Esempi.
Logica elementare. Frasi, predicati (o proprieta'), proposizioni; esempi.
Quantificatori. Calcolo delle proposizioni: congiunzione, disgiunzione, negazione; relativa tabella di verita'.
L'implicazione: P => Q (P implica Q), definizione, tabella di verita'.
Esempi.
(Lezione tenuta da: F. Bucci)

Firma ....

---

n.: 3 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/09/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora) Logica elementare (continuazione).
L'implicazione, la negazione di un implicazione; esempi. Dimostrazioni indirette, dimostrazioni per assurdo. Illustrazione: dimostrazione del fatto che non esiste alcun numero razionale q tale che q^2=2 (si procede per assurdo).
Per esercizio: dimostrare che il quadrato di un numero (naturale) pari e' pari e che il quadrato di un numero dispari e' dispari.
(Lezione tenuta da: F. Bucci)

Firma ....

n.: 4 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Struttura degli insiemi N, Z, Q. Concetto di funzione, funzioni suriettive. Composizione di funzioni, funzioni iniettive, funzioni invertibili, funzione inversa.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 5 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 23/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Prodotto cartesiano di insiemi. Relazioni di equivalenza e di ordine. Uso indici: sommatorie, esempi. Combinazioni, coefficienti binomiali e binomio di Newton. L'insieme Q dei razionali. Maggioranti, minoranti, insiemi limitati. Le sezioni in Q.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 6 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 26/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Nessuna frazione ha il quadrato uguale a 2. Le lacune in Q. Esempio: la radice di 2. I numeri reali come sezioni. Operazioni in R. La completezza di R. Sup e Inf. Funzioni da R in R, grafici, iniettivita'.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 7 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Esercizi su Sup e Inf. Potenza a esponente reale. Successioni: prime definizioni. Il limite di una successione, successioni convergenti, unicita' del limite.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 8 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 27/09/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora)
Discussione di problemi/esercizi in relazione ai temi: logica elementare, estremo superiore ed inferiore di un insieme.
(Discussione guidata da: F. Bucci)

Firma ....

n.: 9 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 30/09/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Successione numeriche (continuazione).
Esempi prove di limiti. Successioni limitate. permanenza del segno. Successioni divergenti. Successioni regolari. Le successioni monotone sono regolari. Operazioni con le successioni, forme indeterminate.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 10 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 03/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Successione numeriche (continuazione).
Teoremi di confronto. Discussione forme indeterminate. Il numero "e". Calcolo di alcune forme indeterminate. Criterio di Cauchy.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 11 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/10/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora)
Calcolo di limiti di successioni numeriche.

Successioni asintoticamente equivalenti: definizione, esempi.
La proprieta' di "essere equivalente a" per il computo di limiti di prodotti e quozienti di successioni: esercizio. Un utilizzo analogo nel caso di somme e differenze di successioni e' in generale errato: un esempio classico.

(Lezione tenuta da F. Bucci)

Firma ....

---

n.: 12 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Punti interni, di accumulazione. Insiemi aperti e chiusi. Limiti di funzioni: definizione nei vari casi. Limiti destri e sinistri. Il teorema di equivalenza. Esempi.
Funzioni monotone. La continuita'. Esempi di funzioni continue.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

---

n.: 13 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 07/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Continuita' di alcune funzioni e della composizione. Continuita' dell'inversa. Alcuni limiti notevoli. Cenno sull'uniforme continuita'.
Il Teorema di Weierstrass, il Teorema degli zeri (o valori intermedi): dicotomia e cenno sulla dimostrazione. Il teorema di Cantor.

(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

---

n.: 14 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 10/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Infinitesimi e loro confronto. La notazione "o piccolo". Tangente a una curva in un suo punto. Definizione formale di derivata di una funzione in un punto. Equazione della retta tangente al grafico in un suo punto. Derivate di alcune funzioni fondamentali, prime regole di derivazione.
(Lezione tenuta da C. Franchetti)

Firma ....

n.: 15 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Funzioni derivabili: introduzione.
La derivata come approssimazione. Derivata di funzione composta. Derivata di funzione inversa. Esempi, D arctan x. Estremi relativi, Teorema di Fermat.
(Lezione tenuta da: Carlo Franchetti)

Firma ....

n.: 16 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/10/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora)
Funzioni periodiche: definizione, periodo minimo, esempi.
Discussione: la somma di due funzioni periodiche e' una funzione periodica?
Discussione su monotonia ed invertibilita' delle funzioni.
Per esercizio: discutere la derivabilita' della funzione f(x) = |x|^alfa in x_0=0, al variare del parametro alfa>0.
(Discussione guidata da: F. Bucci)

Firma ....

n.: 17 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 14/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore)
Derivazione di funzioni composte, derivata della funzione inversa: esempi ed esercizi.
Derivate successive. Monotonia locale. Dlog|x|. Teorema di Rolle. Controesempi. Teorema di Lagrange.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 18 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 17/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Conseguenze del Teorema di Lagrange. Estremi relativi: condizioni sufficienti. Teorema di Cauchy. Come disegnare i grafici di funzioni. Esempi semplici.

(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 19 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 18/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Regola di de l'Hopital, esempi e controesempi.
Preliminari verso la formula di Taylor. Le funzioni convesse (cenni). Tracciamento grafico di alcune funzioni.
(Lezione tenuta da: C. Franchetti)

Firma ....

n.: 20 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 21/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Si richiama la definizione di funzione derivabile in x_0. Interpretazione geometrica, equazione della retta tangente al grafico di f in (x_0,f(x_0)); vettore normale. Approssimazione lineare. Applicazione al calcolo di un valore approssimato di un numero.
Si richiama l'enunciato del Teorema di Lagrange. Interpretazione geometrica. Corollario: Test di monotonia per le funzioni derivabili in un intervallo I. Applicazione ai problemi di massimo/minimo.

Problema: Si chiede di tagliare in un tronco di legno (cilindrico) di diametro d una trave a sezione rettangolare. Quale deve essere la larghezza x e l'altezza y di tale sezione affinche' la trave offra resistenza massima alla flessione, tenendo conto che la resistenza suddetta e' proporzionale al prodotto della larghezza per il quadrato dell'altezza?
(Lezione tenuta da: F. Bucci)

Firma ....

n.: 21 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 24/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Discussione di alcuni problemi di massimo/minimo.
Assegnati due esercizi.
Introduzione alle funzioni convesse. Insiemi convessi in R^n. Epigrafico di una funzione (a valori reali) definita in un intervallo I.
Funzioni convesse in un intervallo I: due definizioni (equivalenti),
una che utilizza l'epigrafico della funzione, l'altra che utilizza i valori assunti da f sulla combinazione convessa di due punti x_1 e x_2 in I.
Regolarita' delle funzioni convesse in un intervallo, illustrazione (per mezzo di grafici) dei fatti seguenti: una funzione convessa in I puo' essere discontinua in I (ma i punti di discontinuita' non sono interni all'intervallo); una funzione convessa in I puo' non essere derivabile in I.
(Lezione tenuta da: F. Bucci)

Firma ....

---

n.: 22 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 25/10/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (3 ore) Funzioni convesse (continuazione). Funzione convessa in un intervallo I: definizione, definizione equivalente (l'epigrafico e' un insieme convesso). Funzioni concave.
Interpretazione geometrica: se f e' convessa in I e se x_1,x_2 appartengono a I, con x_1<x_2, il grafico di f in [x_1,x_2] sta sotto la corda per (x_1,f(x_1)) e (x_2,f(x_2)).
Illustrazione mediante grafici.
TEOREMA Una funzione convessa in [a,b] e' continua in (a,b) (s.d.).
Una funzione convessa in I=(a,b) puo' non essere derivabile in qualche punto di I, ma in ogni punto esistono la derivata destra e sinistra (s.d.).
Funzioni convesse (concave) derivabili in un intervallo I.
TEOREMA Sia f derivabile in I. I seguenti fatti sono equivalenti: (i) f e' convessa in I; (ii) la funzione x --> f'(x) e' crescente in I; (iii) il grafico di f sta sopra le rette ad esso tangenti.
Se poi f e' derivabile due volte in I, allora f e' convessa (concava) in I se e solo f''(x) e' maggiore (minore) o uguale a 0 in I.
Vale una caratterizzazione analoga per le funzioni concave, se queste sono derivabili.
APPLICAZIONE: derivazione di stime.
Punti di flesso: definizione, esempi; se f e' convessa e derivabile in un intorno di x_0, il grafico `attraversa' la retta tangente in (x_0,f(x_0)).

Le funzioni iperboliche cosh(x) e sinh(x). Identita' fondamentale.
Per esercizio (iniziato in classe): Disegnare il grafico delle due funzioni, discuterne l'invertibilita' e determinare esplicitamente le funzioni inverse.

Firma ....

n.: 23 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/10/2013 ***Totale ore:*** 0

Argomento: Lezione cancellata per motivi personali.

Firma ....

n.: 24 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 31/10/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Asintoti orizzontali, verticali, obliqui: definizione, esempi.
Studio della funzione f(x) = x^2 exp(-x^2).
Una 'guida' per gli studi di funzione.

Firma ....

n.: 25 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 01/11/2013 ***Totale ore:*** 0

Argomento: Festa nazionale

Firma ....

n.: 26 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 04/11/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Introduzione alla Formula di Taylor: funzioni derivabili in x_0, approssimazione lineare corrispondente. Funzioni appartenenti a C^k((a,b)), struttura del polinomio le cui derivate in x_0 coincidono con le derivate k-esime di f in x_0. Polinomio di Taylor di f di ordine n, centrato in x_0; polinomio di Mac Laurin. Formula di Taylor con resto di Peano (dimostrata).
Si utilizza il fatto seguente: la derivata prima del polinomio di Taylor di f, di ordine n, coincide con il polinomio di Taylor di f', di ordine n-1.
Incidentalmente, viene introdotto il Principio di induzione; esercizio.

Firma ....

n.: 27 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 07/11/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Sviluppi asintotici (continuazione). Polinomio di Taylor di ordine n, centrato in x_0, di f. Formula di Taylor (o di Mc Laurin) con resto di Peano. Introduzione del simbolo di Landau O ("o grande").
Unicita' del polinomio Q(x) di grado minore o uguale a n tale che f(x) = Q(x) + o((x-x_0)^n), x --> x_0 (dimostrata).
Derivazione esplicita degli sviluppi delle funzioni e^x, sin(x), 1/(1-x), 1/(1+x), 1/(1+x^2). Per esercizio: determinare i polinomi di Mc Laurin delle funzioni cos(x), cosh(x), sinh(x).
Applicazione al calcolo dei limiti: si calcola il limite, per x che tende a 0, di [(sin x)^3-x^3]/x^5.

Firma ....

---

n.: 28 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 08/11/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (3 ore) Applicazioni della formula di Taylor con resto di Peano.
Discussione di svariati problemi/esercizi: derivazione di polinomi di Taylor di ordine n senza il calcolo di alcuna derivata; approssimazione quadratica di una funzione inversa.
Formula di Taylor con resto di Lagrange (s.d.). Utilizzo del risultato al fine di ottenere valori approssimati di un numero, con una precisione fissata: calcolo di un valore approssimato della radice cubica di e con due cifre decimali esatte.

Discussione di un esercizio contenuto in una prova scritta d'esame (determinazione del numero di radici reali di un polinomio di quinto grado).

Firma ....

---

n.: 29 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 11/11/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Introduzione al calcolo integrale. Motivazione: computo dell'area di figure piane, computo della lunghezza di archi di curva. L'integrale come limite di somme: approssimazione dell'area della figura sottesa al grafico della funzione f(x)= x^2, con x appartenente all'intervallo [0,1], mediante l'area di un plurirettangolo inscritto nella figura.
Definizione di funzione integrabile mediante il limite di somme di Cauchy-Riemann. Interpretazione geometrica. Se f(x)= c, con x appartenente all'intervallo [a,b] e c costante, allora f e' integrabile in [a,b] ed il valore dell'integrale e' c(b-a). Non tutte le funzioni limitate sono integrabili; un esempio paradgmatico e' dato dalla funzione di Dirichlet.

Si richiama la proprieta' di densita' dei razionali, che segue dalla proprieta' di Archimede.

Firma ....

n.: 30 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 14/11/2013 **Totale ore:** 2

Argomento: (2 ore)
Integrale secondo Riemann (continuazione).
Classi di funzioni integrabili: le funzioni continue in [a.b]; le funzioni (limitate e) monotone in [a,b]; le funzioni (limitate e) continue in [a,b] tranne che in numero finito di punti.
Proprieta' dell'integrale: (i) linearita' (dimostrata), (ii) monotonia,
(iii) additivita'. Le funzioni costanti a tratti sono integrabili. Convenzione sul significato dell'integrale da a a b di f, quando a>b; integrale orientato. Dalla proprieta' di monotonia segue una stima del modulo dell'integrale di f in [a,b] in termini dell'integrale del modulo di f in [a,b] (con sketch della dimostrazione, che utilizza la parte positiva e la parte negativa di f).
Media integrale.

Firma ....

n.: 31 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 15/11/2013 **Totale ore:** 3

Argomento: (3 ore) Integrale secondo Riemann (continuazione). Media integrale. Se f e' integrabile in [a,b], la media integrale di f in I=[a,b] appartiene all'intervallo [inf_I f,sup_I f]. Teorema della media integrale (dimostrato).
Funzioni integrali. Regolarita' della funzione integrale F: data f integrabile secondo Riemann in [a,b], F e' Lipschitziana in [a.b]; in particolare, e' ivi continua.
Parentesi: discussione e illustrazione mediante esempi sulla validita' della condizione di Lipschitz.
Teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrato il primo assunto).
Primitive di una funzione f in un intervallo I. Due primitive di f in I differiscono per una costante.
L'integrale indefinito; differenti significati attribuiti al simbolo di integrale indefinito.

Firma ....

n.: 32 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 18/11/2013 **Totale ore:** 2

Argomento: (2 ore) Teorema fondamentale del calcolo integrale: si riprende e conclude la domostrazione. Le ipotesi sono ottimali: illustrazione tramite esempi (funzione di Heaviside). Una tabella di primitive di funzioni elementari.
Funzioni continue in I, che dunque ammettono primitive in I, ma le cui primitive non sono esprimibili in termini di funzioni elementari: exp(-t^2), (sin t)/t.
Metodi di integrazione: integrazione per parti. Esercizio.

Firma ....

---

n.: 33 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 22/11/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (2 ore) Metodi di integrazione (continuazione).
Integrazione di funzioni razionali: il caso di funzione razionale con denominatore dato da un polinomio di secondo grado, avente una radice reale di molteplicita' 2.
Integrazione per sostituzione: formula di integrazione per sostituzione. Sostituzioni razionalizzanti, illustrate da esempi.
(1 ora) Esercizi/problemi relativi a funzioni integrali; applicazione del Teorema fondamentale del calcolo integrale.

Firma ....

---

n.: 34 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 25/11/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Metodi di integrazione (continuazione). Integrazione di funzioni irrazionali.
Sostituzioni "ad hoc" per funzioni R(x,(a^2-x^2)^{1/2}), R(x,(a^2+x^2)^{1/2}), R(x,(x^2-a^2)^{1/2}).
Illustrazione tramite esempi/esercizi. Incidentalmente, si discute l'invertibilita' delle funzioni Sh(x) e Ch(x), derivando esplicitamente l'espressione della funzione inversa di Sh(x), i.e. la funzione "settore seno iperbolico". (L'analisi speculare per Ch(x) e' lasciata per esercizio).
L'integrale di una funzioni pari o dispari in un intervallo simmetrico rispetto a 0 (con dim.).
Integrazione di funzioni periodiche.

Firma ....

---

n.: 35 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 28/11/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Alcuni commenti su temi trattati in precedenza: (i) Si sottolinea l'importanza di memorizzare una tabella di sviluppi asintotici; in particolare, si sollecitano gli studenti a ricavare il polinomio di Mc Laurin della funzione f(x) = (1+x)^alfa, ove alfa e' un parametro reale positivo. (ii) Si richiama un'altra conseguenza di rilievo del Teorema di Lagrange: "Sia f una funzione continua in [a,b], derivabile in (a,b], e tale che f'(x) ammette limite finito L, per x--> a+. Allora esiste la derivata destra di f in a, ed essa e' pari a L". Si osserva che in tal caso la derivata f' risulta una funzione continua in [a,b], e dunque f appartiene a C^1([a,b]). Attenzione: esistono funzioni derivabili in un intervallo I che non hanno derivata continua in tutti i punti di I. Per esercizio: Provare che la funzione f(x) definita da f(0)=0 e
f(x)=x^2 sin (1/x), per x diverso da 0, e' derivabile ma non C^1 in [0,1].
Problema (da concludere): si studia la funzione F(x) definita come l'integrale da 0 a x di f(t)= [e^t(1+t)-2]/(1+t^2). Si procede alla determinazione del dom(F), allo studio del comportamento asintotico di F per x che tende a + e - infinito, alla determinazione degli eventuali intervalli di monotonia di F.

Introduzione all'integrale in senso generalizzato. Il caso di funzione f definita in (a,b], non limitata in un intorno di a: definizione, analisi dell'integrabilita' di f(x) = x^{-alfa} in (0,1].

Firma ....

---

n.: 36 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 29/11/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (3 ore) Integrale in senso generalizzato (continuazione). Estensioni ovvie della definizione data nella lezione precedente ai casi seguenti: (i) f definita in [a,b), non limitata in un intorno di b, oppure (ii) f definita in (a,b), non limitata in un intorno di x_0 in (a,b).
Il caso di f definita in una semiretta: definizione, discussione dell'integrabilita' di f(x) = x^{-alfa} in [1,+infty).
Criteri del confronto: un primo enunciato in cui si confronta f(x) con g(x)=M/(x^alfa) o M/[(x-a)^alfa] o M/[(b-x)^alfa].
Esercizio: si discute l'integrabilita' di f(x) = log(x)/[x^{1/2}(x-1)] in (0,1).

Firma ....

---

n.: 37 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 02/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Integrali in senso generalizzato (continuazione). Criterio del confronto per funzioni non negative definite su una semiretta [a,infty) (o (-infty, b]), oppure definite in (a,b] e non limitate in un intorno di a (dimostrato). Illustrazione dell'applicazione del criterio suddetto mediante

esempi: confronto con funzioni 'campione' quali (x-a)^{alfa}.
Criterio del confronto asintotico (dimostrato).
Funzioni di segno variabile, funzioni assolutamente integrabili in (a,b]
o in [a,infty). L'assoluta integrabilita' implica l'integrabilita' e fornisce una stima dell'integrale. Non vale il viceversa, a differenza che nel caso dell'integrale secondo Riemann: discussione dell'integrabilita' della funzione f(x)=sin(x)/x in R^+.

Firma ....

n.: 38 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 05/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Integrali generalizzati (continuazione). La funzione sin(x)/x e' integrabile in R^+, ma non e' assolutamente integrabile; si prova che l'integrale da 1 a c di |sin(x)|/x e' divergente, per c che tende a +infinito (infty). Ulterori applicazioni del criterio di convergenza assoluta.
Illustrazione del criterio del confronto asintotico: analisi della convergenza dell'integrale di f(x) = [x-sin(x)]^{-1} in (0,1).

[Si stimolano gli studenti a pensare alla questione seguente: "Una funzione f(x) integrabile in una semiretta [a,infty) deve avere limite per x che tende a +infty?". L'integrale (di Fresnel) della funzione sin(t^2) in R^+ e' convergente.]

Introduzione alle serie numeriche: il termine generale, la successione delle somme parziali. La successione delle somme parziali e' una successione definita per ricorrenza: data s_0=a_0, s_{n+1}= s_n + a_{n+1}.
Serie convergenti, divergenti, irregolari (o indeterminate).

Firma ....

n.: 39 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 06/12/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (3 ore) Serie numeriche (continuazione). La serie geometrica (di ragione q): disamina del carattere della serie, al variare di q in R; la serie risulta convergente se e solo se |q|<1. Calcolo della somma della serie. La serie di Mengoli, e piu' in generale le serie telescopiche. La serie armonica: si prova che la serie armonica e' divergente, mostrando che la successione delle somme parziali s_n soddisfa s_n > log(n+1).
Condizione necessaria per la convergenza di una serie.
Serie a termini non negativi: Criterio del confronto (dimostrato), Criterio del confronto asintotico.
Applicazioni: si discute la convergenza della serie armonica generalizzata, il cui termine generale e' n^{-alfa}, alfa>0; i casi alfa <1, alfa=2, e alfa >2. Esercizio: discutere la convergenza della serie il cui

termine generale e' a_n= log (1+1/n).
Il Criterio del rapporto per serie a termini positivi: enunciato, illustrazione tramite la serie con termine generale n!/(n^n).

Firma ....

n.: 40 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 09/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Si ospitano gli studenti con cognomi E-N.
Osservazioni, applicazioni, discussione sui temi: criteri di convergenza per serie numeriche a termini positivi, successioni definite per ricorrenza (proprieta' quantitative e qualitative, loro convergenza, calcolo dei limiti), integrali in senso generalizzato, grafici di funzioni integrali.
Si veda la nota integrativa alla lezione:
http://www.dma.unifi.it/~fbucci/didattica/AA13-14/dida_13-14.html

Firma ....

n.: 41 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 12/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Serie numeriche e integrali in senso generalizzato (continuazione e conclusione). Funzioni assolutamente integrabili. Si colma una lacuna: dimostrazione del Teorema "Sia f:[a,infty) --> R integrabile secondo Riemann in [a,c] per ogni c>a, e sia |f| integrabile in senso generalizzato in [a,infty). Allora f e' integrabile in senso generalizzato in [a,infty), e il modulo dell'integrale non supera l'integrale del modulo".
Serie a termini di segno variabile. Serie assolutamente convergenti, Teorema di convergenza assoluta (s.d.): la convergenza assoluta implica la convergenza semplice. Esempio. Serie a termini di segno alterno: il Criterio di Leibniz (s.d.). Esempio di una serie convergente che non e' assolutamente convergente.

Firma ....

n.: 42 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 13/12/2013 ***Totale ore:*** 3

Argomento: (3 ore) Introduzione alle Equazioni Differenziali. Modelli differenziali: il modello di Malthus per la dinamica di popolazioni; crescita e decadimento, soluzioni esponenziali. Il modello di Verhulst; equazione logistica. Caduta di un grave in assenza ed in presenza di attrito dell'aria. Cos'e' un'equazione differenziale. Equazioni Differenziali Ordinarie (EDO) ed Equazioni Differenziali a Derivate Parziali (EDP). Ordine dell'equazione. Equazioni lineari, equazioni non lineari. Problema di Cauchy. EDO lineari del prim'ordine a coefficienti continui: x'=a(t)x+b(t), con a e b appartenenti a C(I), I intervallo. Definizione di soluzione. Derivazione dell'integrale generale dell'equazione; le soluzioni sono definite in I. Esempio: risoluzione di x'=x-t.

Firma ....

---

n.: 43 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 16/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) Continuazione su: Equazioni Differenziali Ordinarie (EDO). Forma generale di un'EDO, ordine dell'equazione; EDO lineari e non lineari. EDO del prim'ordine in forma normale. (i) Il caso lineare (discusso nella lezione precedente): l'integrale generale, i problemi di Cauchy associati, espressione delle soluzioni corrispondenti. (ii) Per il caso non lineare, si discutono le EDO a variabili separabili (o separate), della forma y'=f(x)g(y). Proprieta' di regolarita' di f e g sufficienti a garantire esistenza ed unicita' delle soluzioni dei problemi di Cauchy associati. Soluzioni stazionarie, altre soluzioni (descritte eventualmente in forma implicita). Esempio: l'equazione y'=y^2, corredata della condizione y(0)=1; fenomeno del "blow-up" (scoppiamento in tempo finito). Intervallo massimale in cui la soluzione e' definita.

Firma ....

---

n.: 44 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 19/12/2013 ***Totale ore:*** 2

Argomento: (2 ore) EDO lineari di ordine n, a coefficienti continui. Il caso n=2 (per semplicita'): Teorema di esistenza e unicita' per le soluzioni dei problemi di Cauchy associati (s.d.). EDO lineari omogenee, principio di sovrapposizione. L'integrale generale dell'equazione completa e' ottenuto dalla somma dell'integrale generale dell'equazione omogenea associata e di una soluzione 'particolare' dell'equazione (completa). Teorema: "Lo spazio delle soluzioni dell'equazione omogenea e' uno spazio vettoriale di dimensione n" (s.d.). La necessita' della ricerca di n soluzioni linearmente indipendenti. L'equazione caratteristica. Discussione del caso n=2: differenti coppie di soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione e relativo integrale generale.

Firma ....

n.: 45 ☑ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☐ seminario

Data: 20/12/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora) Lezione conclusiva. Esercizi: risoluzione di EDO del second'ordine lineari, omogenee.
EDO del second'ordine lineari complete, metodi per la ricerca di una soluzione 'particolare': metodo di variazione delle costanti; metodo dei coefficienti indeterminati.

Firma ....

n.: 46 ☐ lezione ☐ esercitazione ☐ laboratorio ☑ seminario

Data: 20/12/2013 ***Totale ore:*** 1

Argomento: (1 ora) Seminario del Dott. Alessandro Rossi (IFAC-CNR) dal titolo "Squali, orate, e detriti spaziali: modelli evolutivi".

☑ sostituito da: Dott. Alessandro Rossi (IFAC-CNR)

Firma ....

RIEPILOGO

lezione	....	n. ore	88
esercitazione	....	n. ore	0
laboratorio	....	n. ore	0
seminario	....	n. ore	1
		TOTALE	**89**

Firma del docente

....

☐ copia per la Scuola
Visto: Il Presidente della Scuola ....

☐ copia per il Dipartimento
Visto: Il Direttore del Dipartimento ....