Università degli Studi di Firenze
Anno Accademico 2005/2006
Ingegneria per la Tutela dell'Ambiente e del Territorio (Laurea Specialistica)

Corso **Complementi di Analisi Matematica**

Docenti del corso: il corso è affidato alla prof.ssa Francesca Bucci (le lezioni saranno coordinate con le prof.sse Laura Poggiolini e Gianna Stefani, a cui è affidato l'analogo insegnamento del CdS in Ingegneria Civile/Specialistica)

Orario delle lezioni: le lezioni, previste durante il I Periodo didattico (3 ottobre 2005 – 10 dicembre 2005), si terranno nella sede della Facoltà (Via S. Marta), secondo il seguente orario:
Lun.: 11:15-12:00, 12:15-13:00
Mer.: 11:15-12:00, 12:15-13:00
Gio.: 11:15-12:00, 12:15-13:00.

Lezioni svolte

Lun. 3/10/05
Presentazione del corso. Libri di testo consigliati.

Lun. 3/10/05–Ven. 21/10/05 (18 ore)
Lezioni prof.ssa L. Poggiolini sui seguenti argomenti: numeri complessi (richiami); funzioni di variabile complessa, serie di potenze e serie di Taylor, convergenza uniforme, spazi normati; misura ed integrale di Lebesgue.
Le note delle lezioni sono in rete all'indirizzo
http://didattica.dma.unifi.it/WebWrite/bin/view/Utenti/ComplementiDiAnalisiMatematica

Lun. 24/10/05 (2 ore)
Introduzione alle Equazioni a Derivate Parziali (EDP). Un primo modello di EDP: la semplice equazione del trasporto $cu_x + u_t = 0$. Cos'è un'EDP. Ordine dell'equazione. EDP lineari, principio di sovrapposizione. Soluzioni classiche e soluzioni generalizzate. Problemi al contorno e ai valori iniziali; problemi ben posti: esistenza delle soluzioni, unicità, dipendenza continua dai dati iniziali.

Mer. 25/10/05 (2 ore)
EDP lineari del primo ordine. Risoluzione di $au_x + bu_y = 0$, con a, b costanti. Il metodo delle *caratteristiche*. Il metodo delle coordinate. EDP semi-lineari, quasi-lineari e completamente non-lineari. Esempi.
Il caso dei coefficienti variabili: l'EDP $a(x,y)u_x + b(x,y)u_y = 0$ e l'Equazione Differenziale Ordinaria (EDO) $y' = b(x,y)/a(x,y)$. Esercizi.

Gio. 27/10/05 (2 ore)

Il problema di Cauchy per l'equazione quasi-lineare $a(x,y,u)u_x + b(x,y,u)u_y = c(x,y,u)$. Sistema caratteristico. Condizione di trasversalità. Discussione del caso semi-lineare. Esercizi.

Lun. 31/10/05 (2 ore)
L'EQUAZIONE DELLA CORDA VIBRANTE: $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$. Illustrazione di due metodi per determinarne la soluzione generale $u(x,t) = F(x+ct) + G(x-ct)$, F e G arbitrarie: (i) riduzione dell'EDP del secondo ordine ad un sistema di due EDP del primo ordine; (ii) introduzione delle coordinate $\xi = x + ct$, $\eta = x - ct$, e traduzione dell'equazione nell'EDP $v_{\xi\eta} = 0$ (di facile risoluzione).

Mer. 2/11/05 (2 ore)
Il problema ai valori iniziali per $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, con $x \in \mathbb{R}$. FORMULA DI D'ALEMBERT. *Dominio di dipendenza* di un punto (x_0, t_0), dominio di influenza di $x_0 \in \mathbb{R}$. Conservazione dell'energia.

Gio. 3/11/05 (2 ore)
Ad integrazione della discussione sugli esercizi assegnati nella settimana precedente: studio dell'equazione semi-lineare $au_x + bu_y + cu = 0$.

L'equazione delle onde non-omogenea $u_{tt} - c^2 u_{xx} = f(x,t)$. Il principio di Duhamel. Il problema ai valori iniziali per l'equazione delle onde non-omogenea. Esercizi.

Lun. 7/11/05 (2 ore)
Un problema ai valori iniziali e al contorno per l'equazione delle onde $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, con $x > 0$. Il metodo della riflessione e l'espressione esplicita della soluzione.
Il problema di Dirichlet per la corda di lunghezza finita. Prolungamenti per riflessione dispari dei dati iniziali, ed espressione della soluzione.

Mer. 9/11/05 (2 ore)
Commenti ed esercizi sul tema della lezione precedente.

IL METODO DI SEPARAZIONE DELLE VARIABILI per l'equazione delle onde. Problemi agli autovalori, sviluppi in serie di Fourier.

Gio. 10/11/05–Lun. 21/11/05 (10 ore)
Lezioni prof.ssa G. Stefani sui seguenti argomenti: polinomi trigonometrici, identità di Parceval, spazi di Hilbert; SERIE DI FOURIER, criteri di convergenza.

Alcune note delle lezioni sono in rete all'indirizzo
http://www.dma.unifi.it/ stefani/didattica/0506complementi.html

Mer. 23/11/05 (2 ore)
(*Continuazione*) L'applicazione del metodo di separazione delle variabili per l'equazione $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, con $0 < x < L$. Analisi del caso di condizione al bordo di Dirichlet:

risoluzione del corrispondente problema agli autovalori, analisi della convergenza delle serie di Fourier dei dati iniziali, e della convergenza della serie $\sum_n u_n(x,t)$ alla soluzione $u(x,t)$ del problema (il caso di condizione al bordo di Neumann per esercizio).

Gio. 24/11/05 (2 ore)

L'equazione di Laplace. Motivazioni fisiche. Funzioni armoniche. L'equazione di Poisson. L'operatore di Laplace è invariante per traslazioni e rotazioni. Funzioni armoniche a simmetria sferica. Il problema ai valori iniziali e al contorno *non è ben posto*: esempio di Hadamard.

Lun. 28/11/05 (2 ore)

Il principio del massimo per l'equazione di Laplace (*con dimostrazione*). Conseguenze: (i) unicità e (ii) dipendenza continua dai dati per le soluzioni di certi problemi al contorno per l'equazione di Poisson.

Mer. 30/11/05 (2 ore)

Il problema di Dirichlet per l'equazione di Laplace su un rettangolo: applicazione del metodo di separazione delle variabili per la determinazione della soluzione.

Gio. 1/12/05 (2 ore)

Il problema di Dirichlet per l'equazione di Laplace su un disco. L'operatore di Laplace in coordinate polari. Soluzione mediante il metodo di separazione delle variabili. Formula integrale di Poisson.

Lun. 5/12/05 (2 ore)

La docente è assente per malattia.

Mer. 7/12/05 (3 ore)

Domande su esercizi relativi all'equazione di Laplace (prima ora).

L'equazione del calore $u_t = k\Delta u$. Un modello per un problema di diffusione. Problemi ai valori iniziali e al contorno. Frontiera parabolica. Il principio del massimo (debole) per l'equazione del calore. Conseguenze: unicità e dipendenza continua dai dati. Un esempio di un problema non ben posto per $t < 0$ (*irreversibilità* dei processi di diffusione).
Il puro problema ai valori iniziali: $u_t(x,t) = k\Delta_x u(x,t)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t > 0$, con $u(x,0) = \phi(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$. Teorema di esistenza e unicità nella classe $C_b(\mathbb{R}^n)$ delle funzioni limitate e continue in $\mathbb{R}^n$. Nucleo del calore.