PROGRAMMA DEL CORSO DI GEOMETRIA PER IL CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE (A-D), A.A. 2012-2013, PROF. PAOLO DE BARTOLOMEIS

$\mathbb{R}^{\mathbf{n}}$: struttura lineare: combinazioni lineari, dipendenza ed indipendenza lineare, sistemi di generatori e basi, la base canonica; struttura metrica: prodotto scalare euclideo e sue proprietà, ortogonalità ed indipendenza lineare, basi ortonormali, la disuguaglianza di Schwarz, norme, distanze, angoli.

Lo spazio dei Vettori Liberi : definizioni e proprietà fondamentali della sua struttura linearee e della sua struttura metrica; corrispondenti geometrici della dipendenza lineare; orientazione, prodotto vettoriale e sue proprietà.

$\mathbf{M_{m,n}}(\mathbb{R})$: struttura lineare e struttura metrica; prodotto di matrici e sue proprietà; trasposizione di matrici e sue proprietà; $\mathbb{R}(n)$, matrici invertibili, matrici simili, traccia, parentesi di Lie.

$\mathbb{C}$: il corpo dei numeri complessi e sue fondamentali proprietà, forma trigonometrica e forma esponenziale, radici.

$\mathbb{C}^{\mathbf{n}}, \mathbf{M_{m,n}}(\mathbb{C}), \mathbb{K}^{\mathbf{n}}, \mathbf{M_{m,n}}(\mathbb{K})$

Spazi Vettoriali : definizioni ed esempi fondamentali, combinazioni lineari, dipendenza ed indipendenza lineare, $A \mapsto [[A]]$ e proprietà, sistemi di generatori e basi; spazi vettoriali di dimensione finita ed esistenza di basi, dimensione; sottospazi vettoriali: definizioni, proprietà ed esempi fondamentali; applicazioni lineari, definizioni, proprietà ed esempi fondamentali, $Im\, f$ e $Ker\, f$ come sottospazi vettoriali, esistenza e rigidità delle applicazioni lineari, relazione fondamentale $f \in L(V, W) \implies dim_{\mathbb{K}} V = dim_{\mathbb{K}} Ker\, f + dim_{\mathbb{K}} Im\, f$, spazi vettoriali isomorfi; somme e somme dirette di sottospazi vettoriali.

Rappresentazioni Matriciali delle Applicazioni Lineari : definizioni, proprietà ed esempi fondamentali; formule per il cambiamento di basi, traccia di un endomorfismo.

Determinante : definizione geometrica in dimensione 2 e 3 ; definizioni generali e proprietà fondamentali, il teorema di Binet, determinante, indipendenza lineare, invertibilità; il calcolo del determinante: gli sviluppi di Laplace; applicazioni della teoria del determinante: formula di Cramer, calcolo dell'inversa di una matrice quadrata invertibile, determinante di un endomorfismo.

Dualità : definizioni, proprietà ed esempi fondamentali, trasposizione e sue proprietà; applicazioni alla teoria delle matrici: rango e caratteristica, riduzione di Gauss, teoria generale dei sistemi lineari, teorema di Rouché-Capelli e struttura dell'insieme delle soluzioni.

Date: September 24, 2012.

Strutture Metriche : prodotti scalari, prodotti scalari non degeneri e loro caratterizzazione, prodotti scalari definiti positivi; isomorfismi musicali, rappresentazione delle forme bilineari tramite un prodotto scalare non degenere, trasposizione di endomorfismi; controparte Hermitiana; spazi euclidei e spazi Hermitiani, ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

Teoria Spettrale : autovalori e autovettori: definizioni, proprietà ed esempi fondamentali, polinomio caratteristico, endomorfismi diagonalizzabili, molteplicità geometrica e molteplicità algebrica di un autovalore e relazione fondamentale; criteri di diagonalizzabilità; il teorema spettrale Hermitiano, il teorema spettrale euclideo e loro applicazioni: scomposizione polare, caratterizzazione dei prodotti scalari e Hermitiani definiti positivi, proprietà estremali degli autovalori.

Coniche e Quadriche : generalità sulle forme quadratiche, definizioni ed esempi fondamentali; riduzione di una conica non degenere a forma canonica; le forme canoniche delle quadriche non degeneri.