

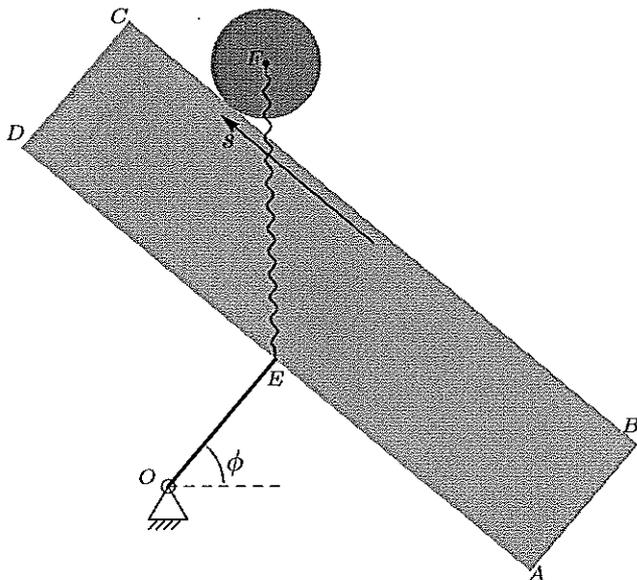
Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze
 PROVA SCRITTA DEL 21.06.10, parte II

| |
|------------|
| NOME: |
| MATRICOLA: |

Riservato alla correzione:

[01]

| | | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|---|
| | a: 6 | b: 9 | c: 7 | d: 4 | e: 4 | f |
| | | | | | | X |



AVVERTENZA: Le proporzioni del disegno possono non rispettare esattamente i dati del problema.

$$\overline{OE} = \overline{AB} = \overline{CD} = 2R;$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} = 16R;$$

massa dell'asta: $2m$;

massa della lamina: $3m$;

massa del disco: $4m$;

costante elastica della molla $5m g/R$.

Sistema meccanico piano verticale, vincoli lisci. L'asta omogenea OE e la lamina rettangolare $ABCD$ sono saldate in E (punto di mezzo del lato AD) a formare un corpo rigido (OE e AD sono perpendicolari tra loro). Un disco omogeneo di raggio R rotola senza strisciare sul lato BC , e il suo centro F è collegato ad E da una molla di lunghezza a riposo nulla.

Il sistema ha due gradi di libertà. Si scelgano le coordinate lagrangiane (s, ϕ) mostrate in figura.

Trovare [a:6 pt] il potenziale e [b:9 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:7 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:4 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e [e:4 pt] studiarne la stabilità.

Soluzione:

$$U = mg \left(-\frac{5s^2}{2R} - 4s \cos \phi - 31R \sin \phi \right)$$

$$K = 3m \dot{s}^2 + \left(\frac{295}{3} m R^2 + 2m s^2 \right) \dot{\phi}^2 + 22m R \dot{s} \dot{\phi}$$

VOLTARE PAGINA

Equazioni di moto:

$$6m\ddot{s} - 4mS\dot{\phi}^2 + 22mR\ddot{\phi} = -mg\left(5\frac{s}{R} + 4\cos\phi\right)$$

$$22mR\ddot{s} + 8mS\dot{s}\dot{\phi} + \left(\frac{590}{3}R^2 + 4s^2\right)m\ddot{\phi} = mg(-31R\cos\phi + 4s\sin\phi)$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\textcircled{\text{I}} \begin{cases} s = 0 \\ \phi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{II}} \begin{cases} s = 0 \\ \phi = \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

Stabilità dell'equilibrio:

$$(H) = \begin{pmatrix} -\frac{5}{R} & 4\sin\phi \\ 4\sin\phi & 4S\cos\phi + 31R\sin\phi \end{pmatrix} mg$$

$$(H_{\text{I}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{5}{R} & 4 \\ 4 & 31R \end{pmatrix}$$

$$\det(H_{\text{I}}) = -171m^2s^2 < 0$$

\Rightarrow punto di sella per U

$$(H_{\text{II}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{5}{R} & -4 \\ -4 & -31R \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \det(H_{\text{II}}) = 139mg^2 > 0 \\ H_{11}, H_{22} < 0 \end{cases}$$

\Rightarrow massimo di U
(eq. stabile)