

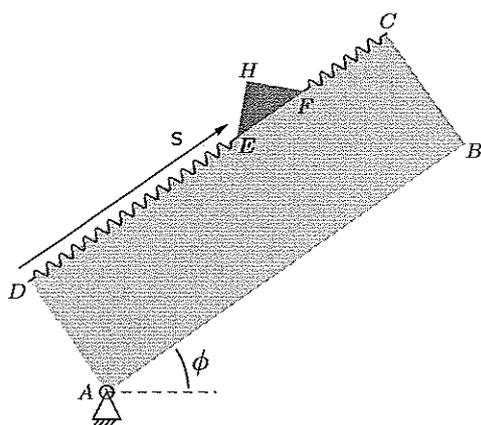
Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze
 PROVA SCRITTA DEL 27.6.11, parte II

COGNOME:	NOME:
MATRICOLA:	CdL:

Riservato alla correzione:

[01]

	a: 6	b: 8	c: 8	d: 4	e: 4	f
						X



$$\overline{AB} = 12l, \overline{BC} = 3l, \overline{EF} = 3l,$$

$$k_{DE} = 5k, k_{CF} = 8k,$$

massa di $ABCD$: $2m$, massa di EFH : $6m$.

AVVERTENZA: Le proporzioni del disegno possono non rispettare esattamente i dati del problema.

Sistema meccanico piano **orizzontale**, vincoli lisci, lamine omogenee. La lamina $ABCD$ è vincolata a una cerniera fissa in A . La lamina EFH ha la forma di un triangolo rettangolo isoscele e la sua ipotenusa è vincolata a scorrere sul lato CD del rettangolo. Molle di lunghezza a riposo nulla uniscono D con E , e F con C . Inoltre nel punto C è applicata la forza conservativa che in un riferimento cartesiano con origine in A ha l'espressione $k(4x_1 \mathbf{e}_1 + 6x_2 \mathbf{e}_2)$, dove k è una costante positiva.

Il sistema ha due gradi di libertà. Utilizzare coordinate Lagrangiane (ϕ, s) dove ϕ è l'angolo polare del vettore $B - A$ e $s = \overline{DE}$.

Trovare [a:6 pt] il potenziale e [b:8 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:6 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:6 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e, [e:4 pt] per ciascuna di esse, scrivere la matrice Hessiana del potenziale e discutere la stabilità.

Soluzione:

$$U = k \left(72 \ell s - \frac{13}{2} s^2 + 315 \ell^2 \cos^2 \phi + 72 \ell^2 \cos \phi \sin \phi + 450 \ell^2 \sin^2 \phi \right)$$

$$K = m \left(96 \ell^2 + 9 \ell s + 3 s^2 \right) \dot{\phi}^2 + 3 m \dot{s}^2 - 21 m \ell \dot{\phi} \dot{s}$$

VOLTARE PAGINA

Equazioni di moto:

$$m(192l^2 + 18ls + 6s^2)\ddot{\phi} - 21ml\dot{s}^2 + m(18l + 12s)\dot{\phi}\dot{s} = \\ = kl^2(72\cos(2\phi) + 135\sin(2\phi))$$

$$6m\dot{s}^2 - 21ml\dot{\phi}^2 - m(9l + 6s)\dot{\phi}^2 = k(72l - 13s)$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\textcircled{\text{I}} \begin{cases} \phi = -\frac{1}{2} \arctan \frac{8}{15} \\ s = \frac{72}{13} l \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{II}} \begin{cases} \phi = \pi - \frac{1}{2} \arctan \frac{8}{15} \\ s = \frac{72}{13} l \end{cases}$$

Stabilità dell'equilibrio:

$$(H_{\text{I}}) = (H_{\text{II}}) = \begin{pmatrix} 306 kl^2 & 0 \\ 0 & -13k \end{pmatrix}$$

Poiché in entrambe le configurazioni di equilibrio H ha autovalori di segno discorde, entrambe le configurazioni sono punti di sella del potenziale.