

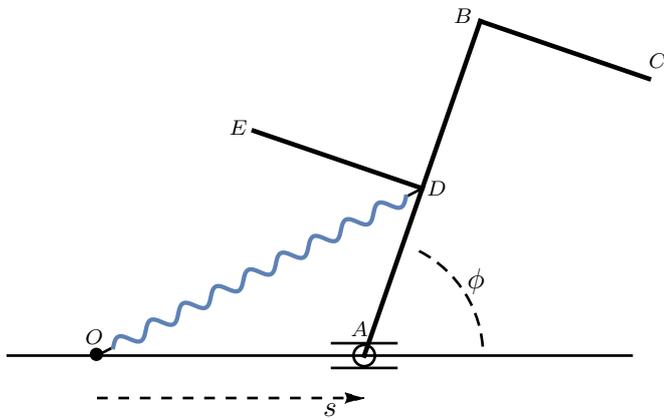
Meccanica Razionale M-Z - Ingegneria Meccanica - Università di Firenze
PROVA SCRITTA DEL 30 GIUGNO 2020

DATI:

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = \overline{DE} = \ell$$

densità di massa delle aste: m/ℓ

costante della molla: $6m g/\ell$



Sistema meccanico olonoma **piano verticale**.

Vincoli lisci.

Le tre aste omogenee AB , BC e DE sono saldate tra di loro ad angolo retto, come mostrato in figura, a formare un unico corpo rigido, vincolato nel vertice A a un *carrello*, che scorre su una guida rettilinea orizzontale.

Le forze attive sono costituite dalle forze peso dalla forza elastica di una molla, avente lunghezza a riposo nulla, che unisce D con il punto fisso O ubicato sulla guida.

Il sistema ha due gradi di libertà. Utilizzare le coordinate Lagrangiane (s, ϕ) mostrate in figura.

Trovare **a**) il potenziale e **b**) l'energia cinetica del sistema; **c**) scrivere l'equazione di Lagrange; **d**) trovare le configurazioni di equilibrio e, **e**) scrivere la matrice Hessiana del potenziale, valutarla in ciascuna configurazione di equilibrio e discutere la stabilità.

Meccanica Razionale M-Z - Ingegneria Meccanica - Università di Firenze
PROVA SCRITTA DEL 30 GIUGNO 2020

COGNOME:	NOME:
MATRICOLA:	CdL:

Soluzione:

$$u = -mg \left(\frac{3s^2}{l} + 6s \cos \phi + 5l \sin \phi \right)$$

$$\mathcal{T} = 2m\dot{s}^2 + \frac{25}{6} m l^2 \dot{\phi}^2 - 5ml \sin \phi \dot{s} \dot{\phi}$$

Equazione di Lagrange (2 componenti):

$$4\ddot{s} - 5l \sin \phi \ddot{\phi} - 5l \cos \phi \dot{\phi}^2 = -6g \left(\frac{s}{l} + \cos \phi \right)$$

$$-5l \sin \phi \ddot{s} + \frac{25}{3} l^2 \ddot{\phi} = g (6s \sin \phi - 5l \cos \phi)$$

VOLTARE PAGINA

Configurazioni di equilibrio:

$$\begin{cases} s=0 \\ \phi = 3\pi/2 \end{cases}$$

$$mg \begin{pmatrix} -\frac{6}{l} & -6 \\ -6 & -5l \end{pmatrix} \quad -6m^2g^2$$

$$\begin{cases} s=0 \\ \phi = \pi/2 \end{cases}$$

$$mg \begin{pmatrix} -\frac{6}{l} & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \quad -66m^2g^2$$

$$\begin{cases} s = -\frac{\sqrt{11}}{6}l \\ \phi = -\arctan \frac{5}{\sqrt{11}} \\ = -\arcsin \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$mg \begin{pmatrix} -\frac{6}{l} & -5 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \quad 11m^2g^2$$

Hessiano e stabilità dell'equilibrio:

$$\begin{cases} s = \frac{\sqrt{11}}{6}l \\ \phi = \arctan \frac{5}{\sqrt{11}} - \pi \\ = \arcsin \frac{5}{6} - \pi \end{cases}$$

$$mg \begin{pmatrix} -\frac{6}{l} & -5 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \quad 11m^2g^2$$

$$(H) = mg \begin{pmatrix} -\frac{6}{l} & 6\sin\phi \\ 6\sin\phi & 6\cos\phi + 5l\sin\phi \end{pmatrix}$$