Registro delle lezioni: Analisi Matematica 2 (lettere O-Z), A.A. 2019-2020

- **2020/03/03:** Elenco delle questioni organizzative per corso. Digressione informale su quanto verrà trattato nella prima parte del corso di Analisi 2 e in particolare su la relazione tra successioni di funzioni e serie di funzioni e sull'uso, nell'ambito del corso, delle serie di funzioni. Definizione di successione di funzioni. Definizione di convergenza puntuale. Esempio riguardo la successione $\{x^n\}$ sull'intervallo $I=[0, 1]$ e di come abbiamo una successione di funzioni continue che converge puntualmente ad una funzione non continua. Stesso esempio sull'intervallo $(0, 1)$. È stato messo in evidenza come nella condizione di limite puntuale la quantità ν dipenda sia da ϵ che dal punto $x\in I$ fissato. È stato fatto vedere come la definizione di convergenza puntuale non sia "robusta" rispetto alle variazioni in x e come $\nu(x)-->+\infty$ quando $x-->1^_$ nel precedente esempio. Criterio sufficiente affinché il limite di una successione di funzioni continue su un intervallo $I=[a, b]$ sia ancora una funzione continua: la quantità ν non deve dipendere da $x\in I$. Esempio, sempre per la successione $\{x^n\}$ nell'intervallo chiuso e limitato $[1/3, 1/2]$.

- **2020/03/04**: Successioni di funzioni: Definizione di successione convergente uniformemente e svolgimento in dettaglio di due esempi espliciti $f_n(x)=x^n/n$ su $I=[0, 1]$ e $f_n(x)=nx/(1 + n^2 x^2)$ su $I=[0, 2]$. Descrizione da un punto di vista geometrico del significato di convergenza uniforme. Teorema per il quale il limite uniforme di una successione di funzioni continue è anch'esso continuo. Teorema per il quale Teorema di passaggio sotto il segno di integrale. Teorema di passaggio sotto il segno di derivata. Definizione di serie di funzioni e primi fatti. Definizione di serie numerica. Definizione di serie convergente, divergente e irregolare. Caso della serie geometrica trattato in dettaglio studiando tutti i casi di interesse e mostrando esplicitamente il valore della somma della serie quando esiste. Esempio della serie di temine $a_n=(-1)^n$ mostrando che è irregolare. Teorema riguardo la condizione necessaria per la convergenza con dimostrazione. Esempio della serie armonica generalizzata e cenno al confronto con gli integrali impropri. Varie osservazione sulla somma di serie a termini non negativi e della somma di due serie convergenti. Criterio del confronto e studio di due serie numeriche per mezzo di tale teorema: una delle due serie si provava essere convergente controllandola con una serie armonica generalizzata di indice $\alpha =3$ e l'altra serie si controllava invece con una serie geometrica di ragione $r=1/2$. Tutti i calcoli sono stati fatti in dettaglio.

- **2020/03/09-Attività didattica in via telematica-** Il contenuto delle prime due note e videlezioni riguarda le serie numeriche. I temi trattati, nello specifico, sono la nozione di convergenza per una serie numerica, la condizione necessaria per la convergenza, dopodiché vengono introdotti vari criteri di convergenza esemplificati studiando alcune serie numeriche. Solo considerati: il criterio del confronto asintotico; il criterio dell'assoluta convergenza; il criterio del confronto serie-integrale; il criterio del rapporto; il criterio della radice e infine il criterio di Leibniz per le serie con termine generico di segno alternante.

- **2020/03/10-Attività didattica in via telematica-** Il contenuto delle videolezioni 3 e 4 riguarda le successioni di funzioni. si considerano le serie di funzioni, introducendo la nozione di convergenza puntuale e uniforme. Vengono considerate varie analogie con il caso delle serie numeriche (caso della convergenza assoluta). Sono considerati alcuni esempi per mostrare esplicitamente il comportamento di alcune serie. Teorema del passaggio sotto al segno di integrale e teorema del passaggio al limite sotto il segno di derivata. Definizione di convergenza totale. La convergenza totale implica la convergenza assoluta e la convergenza uniforme. Teorema che da una condizione necessaria e sufficiente per la convergenza totale. Studio di un esempio in dettaglio. Convergenza totale di una serie di funzioni continue implica la continuità della somma della serie