1

Programma definitivo
Analisi Matematica 2 - a.a. 2005-06
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Civile (ICI)

Approssimazioni di Taylor

BPS, Capitolo 5, pagine 256 – 268
Approssimazione lineare, il simbolo di "o piccolo". Limiti notevoli e sviluppi. Formula di Taylor–MacLaurin con resto secondo Peano, formula di Taylor–MacLaurin con resto secondo Lagrange. Parte principale. Calcolo di limiti tramite le approssimazioni di Taylor.

Serie di potenze

Capitolo 2 delle note
Definizione, intervallo di convergenza (con dimostrazione). Teorema per la determinazione del raggio di convergenza (con dimostrazione). Operazioni algebriche sulle serie di potenze. Teorema di derivazione e integrazione delle serie di potenze (senza dimostrazione). Alcuni sviluppi in serie ricavabili dalla serie geometrica. Serie di Taylor e di MacLaurin. Funzioni C^∞ e funzioni C^ω. Alcune serie di MacLaurin.

Equazioni differenziali

BPS, Capitolo 7, pagine 329 - 365 e Capitolo 3 delle note
Generalità. Problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili. Teorema di Cauchy per problemi di Cauchy associati ad equazioni a variabili separabili (senza dimostrazione). Pennello di Peano.

Equazioni lineari del primo ordine, omogenee e non. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Teorema di Cauchy per problemi di Cauchy associati ad equazioni lineari del primo ordine.

Spazi di funzioni, operatore di derivazione. Equazioni lineari del secondo ordine, omogenee e non. La struttura dell'integrale generale.

Equazioni omogenee a coefficienti costanti. Equazioni non omogenee: metodo di somiglianza e metodo di variazione delle costanti.

Vibrazioni meccaniche (o lineari), vibrazioni smorzate, oscillazioni smorzate, risonanza e battimenti.

Curve in $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$

BPS, Capitolo 9, pagine 387 - 406
Funzioni vettoriali di una variabile reale: limiti e continuità. Curve parametriche, curve continue, curve C^1, curve regolari. Curve chiuse, curve semplici. Vettore, versore e retta tangente. Curve piane in forma polare. Lunghezza di una curva, parametro d'arco. Curve equivalenti equiroientate e non. Integrali di linea di prima e di seconda specie e loro applicazioni fisiche e geometriche.

Funzioni di due o più variabili reali

BPS, Capitolo 10, pagine 407 - 455
Grafico, insiemi di livello, limiti. Topologia del piano. Teorema di Weierstrass e teorema degli zeri. Derivate parziali, (iper)piano tangente al grafico e differenziabilità. Derivate direzionali, formula del gradiente. Derivazione di funzioni composte. Derivate successive. Teorema di Schwarz (senza dimostrazione). Matrice Hessiana. Formula di Taylor al secondo ordine. Estremi locali e assoluti. Punti critici, teorema di Fermat. Estremi locali e autovalori della matrice hessiana nei punti critici (senza dimostrazione). Criterio per la determinazione del segno degli autovalori tramite il segno dei minori di nord-ovest (senza dimostrazione).

Funzioni vettoriali di più variabili reali

BPS, Capitolo 11, pagine 469 - 490 (tranne la definizione 4.1 e il Teorema 4.2 di pag. 487) e 503-504 e Capitolo 6 delle note
Superfici parametriche, campi vettoriali e trasformazioni di coordinate.

Funzioni vettoriali di più variabili reali: limiti, continuità e differenziabilità. Matrice Jacobiana. Matrice jacobiana della composizione di due applicazioni differenziabili. Coordinate polari nel piano. Coordinate cilindriche e coordinate sferiche.

Domini connessi del piano e superfici parametriche regolari. Piano tangente e versore normale. Elemento d'Area. Il grafico di una funzione di due variabili come supporto di una superficie parametrica. Superfici generate dalla rotazione di una curva semplice piana.

Integrali doppi e di superficie, integrali tripli

BPS, Capitolo 12, pagine 511 - 526, 531 - 536, 540 - 547
Integrali su domini rettangolari, integrali su domini limitati. Funzioni integrabili. Domini y-semplici, x-semplici, semplici e regolari. Formule di riduzione per gli integrali doppi (senza dimostrazione). Cambiamento di variabile negli integrali doppi (parziale giustificazione, senza dimostrazione), integrazione in coordinate polari.

Momenti d'inerzia e centri di massa di domini piani. Area di una superficie parametrica regolare. Area della superficie di un grafico. Teorema di Guldino per le superfici di rotazione. Integrali di superficie, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Applicazioni geometriche e fisiche.

Integrali su domini parallelepipedici, integrali su domini limitati. Funzioni integrabili. Formule di riduzione per gli integrali tripli: integrazione per fili e integrazione per strati (senza dimostrazione), cambiamento di variabile negli integrali tripli (senza dimostrazione). Iintegrazione in coordinate sferiche e cilindriche. Teorema di Guldino per i solidi di rotazione. Applicazioni geometriche e fisiche.

Per maggiori dettagli si veda anche il registyro delle lezioni

---

Gli studenti iscritti al servizio WebTeach possono scaricare le "note" in formato pdf dalla pagina

`http://didattica.dma.unifi.it/WebWrite/bin/view/Utenti/LauraPoggiolini`

cliccando sul link `2005-06-analisi_2.pdf`: Analisi Matematica 2 a.a. 2005-06

Con la sigla BPS si fa riferimento al volume

M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa, Matematica Calcolo infinitesimale e Algebra lineare, seconda edizione, Zanichelli.

Il testo è corredato da due volumi di esercizi

Sandro Salsa, Annamaria Squellati, Esercizi di Matematica Calcolo infinitesimale e algebra lineare, volume 1;

Sandro Salsa, Annamaria Squellati, Esercizi di Matematica Calcolo infinitesimale, volume 2.

Registro delle lezioni

Lezione 1 17 gennaio 2006, 2 ore

Notazione dell'o piccolo. Polinomio di Taylor di ordine n con resto in forma di Peano per funzioni di classe C^n. Polinomio di Taylor di ordine n con resto in forma di Lagrange per funzioni di classe C^{n+1}.
Esempi: $\ln(1+x)$, e^x, $\sin(x)$, $(1+x)^\alpha$.
Per esercizio: $\cos(x)$, $(1+x)^{-1}$, $\sqrt{1+x}$, $\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$.

Lezione 2 18 gennaio 2006, 2 ore

Parte principale e applicazione dei polinomi di MacLaurin per il calcolo dei limiti.
Serie di potenze. La serie geometrica come esempio di serie di potenze. Funzione *somma della serie*. Struttura dell'insieme di convergenza (con dimostrazione). Proposizione per il calcolo del raggio di convergenza (con dimostrazione). Proprietà algebriche delle serie di potenze. Esempi.

Lezione 3 19 gennaio 2006, 2 ore

Alcuni esercizi sulla determinazione dell'intervallo di convergenza di serie di potenze.
Teorema di derivazione e integrazione delle serie di potenze (senza dimostrazione). Applicazioni: sviluppo in serie di potenze con centro $c = 0$ e determinazione dell'insieme di convergenza per le funzioni

$$\frac{1}{1+x}\,, \quad \ln(1+x)\,, \quad \frac{1}{1+x^2}\,, \quad \arctan x\,.$$

Coefficienti di una serie di potenze con raggio di convergenza positivo. Serie di Taylor di una funzione C^∞. Serie di Taylor e di MacLaurin di funzioni C^∞. Convergenza della serie di Taylor di una funzione C^∞. Esempi: funzioni esponenziale, seno e coseno.

Lezione 4 20 gennaio 2006, 2 ore

La serie binomiale (con dimostrazione). Alcuni esercizi relativi alle serie di potenze e allo sviluppo di funzioni in serie di Taylor.

Generalità sulle equazioni differenziali ordinarie (EDO). Il problema di Cauchy.
Equazioni differenziali a variabili separate. Teorema di Cauchy per equazioni differenziali a variabili separate (senza dimostrazione).

Lezione 5 24 gennaio 2006, 2 ore,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Esercizi relativi ai polinomi di Taylor, serie di potenze e serie di Taylor.

Lezione 6 25 gennaio 2006, 2 ore
Soluzione di equazioni differenziali a variabili separate. Esempio: trovare l'integrale generale dell'equazione $y' = ty^2$. Esempio: il problema di Cauchy per l'equazione logistica $y' = y - y^2$.
Il pennello di Peano.

Lezione 7 26 gennaio 2006, 2 ore
Esercizi su problemi di Cauchy per EDO a variabili separate.
EDO lineari del primo ordine. Spazi vettoriali di funzioni. Integrale generale delle EDO lineari del primo ordine omogenee e non. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Esempio.
Soluzione del problema di Cauchy associato ad una EDO lineare del primo ordine.

Lezione 8 27 gennaio 2006, 2 ore
Esercizi su equazioni lineari del primo ordine e problemi di Cauchy per equazioni lineari del primo ordine.
Operatori di derivazioni. Equazioni differenziali lineari di ordine qualsiasi. Insieme delle soluzioni di una equazione differenziale lineare omogenea come nucleo di una applicazione lineare tra spazi vettoriali. Insieme delle soluzioni di una equazione differenziale lineare non omogenea.
Equazioni differenziali lineari del secondo ordine in forma normale e problema di Cauchy. Teorema di Cauchy per equazioni differenziali lineari del secondo ordine in forma normale (senza dimostrazione).

Lezione 9 1 febbraio 2006, 2 ore
Dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di una EDO lineare omogenea normale di ordine n (dimostrato per $n = 2$.)
Soluzione delle EDO lineari omogenee di ordine 2 a coefficienti costanti e del problema di Cauchy ad esse associato. Esempi ed esercizi.
Cattiva posizione del problema ai limiti.

Lezione 10 2 febbraio 2006, 2 ore
Ricerca della soluzione particolare per EDO lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, non omogenee: metodo di variazione delle costanti (con dimostrazione), metodo di somiglianza (senza dimostrazione), principio di sovrapposizione (con dimostrazione).

Lezione 11 3 febbraio 2006, 2 ore
Vibrazioni lineari. Risonanza e battimenti.

Lezione 12 **7 febbraio 2006, 2 ore,**
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Esercizi relativi alle EDO

Lezione 13 **8 febbraio 2006, 2 ore**
Funzioni vettoriali di una variabile reale. Nozione di limite, continuità. Arco di curva continua. Vettore derivata. Curve regolari. Retta e versore tangente. Grafico di una funzione C^1 come immagine di una curva regolare. Curve piane in forma polare.

Lezione 14 **9 febbraio 2006, 2 ore**
Regolarità delle curve piane in forma polare. Lunghezza di una curva e poligonale approssimante. Cardioide: regolarità e lunghezza. Lunghezza di un arco di circonferenza. Lunghezza di un arco di elica cilindrica. Integrali curvilinei di prima specie.

Lezione 15 **10 febbraio 2006, 2 ore,**
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Massa, baricentro, centroide e momenti di inerzia di un oggetto curvilineo. Integrali curvilinei di seconda specie. Esercizi.

Lezione 16 **16 febbraio 2006, 2 ore**
Funzioni di due o più variabili reali. Rappresentazione grafica di dunzioni di due variabili reali: dominio, grafico, insiemi di livello. Esempi.
Convergenza di una successione a valori in $\mathbb{R}^n$. Nozione di intorno circolare. Limiti e continuità di una funzione di più variabili reali. Esempi in $\mathbb{R}^2$.
Elementi di topologia: aperti e chiusi di $\mathbb{R}^2$. Prime proprietà (con dimostrazione).

Lezione 17 **17 febbraio 2006, 2 ore,**
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Esercizi relativi a domini ed insiemi di livello di funzioni di due variabili reali. Calcolo dei limiti in due variabili reali tramite le coordinate polari. Funzioni radiali e funzioni omogenee.

Lezione 18 **21 febbraio 2006, 2 ore**
Caratterizzazione degli insiemi aperti (con dimostrazione in un solo verso). Frontiera, chiusura e interno di un sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$. Insieme limitato. Insieme connesso per archi. Esempi.
Teorema di Weierstrass (senza dimostrazione). Teorema degli zeri (senza dimostrazione).
Esercizi sulla ricerca degli estremi assoluti tramite lo studio degli insiemi di livello.

Lezione 19 **22 febbraio 2006, 2 ore**
Piano tangente al grafico. Differenziabilità. Teorema del differenziale totale (senza dimostrazione). Derivate direzionali. Formula del gradi-

ente (con dimostrazione). Composizione di una curva con una funzione di due variabili. Derivata della funzione composta (con dimostrazione). Direzione di massima pendenza. Gradiente e linee di livello.

Lezione 20 23 febbraio 2006, 2 ore

Esercizi su funzioni radiali e omogenee, approssimazioni lineari. Derivate syccessive. Matrice Hessiana. Teorema di Schwarz. Funzioni $C^2(A)$. Sviluppo di Taylor del secondo ordine con resto di Peano per funzioni $C^2(A)$.

Lezione 21 24 febbraio 2006, 2 ore,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi

Esercizi relativi a derivata direzionale e derivata di funzione composta, e a sviluppi di Taylor del secondo ordine con resto di Peano.

Lezione 22 28 febbraio 2006, 2 ore

Estremi assoluti ed estremi relativi. Teorema di Fermat (con dimostrazione). Punto critico e punto di sella. Ricerca degli estremi assoluti in insiemi piani chiusi e limitati.

Condizione necessaria del secondo ordine affinchè un punto critico sia un estremo relativo (con dimostrazione). Condizione sufficiente del secondo ordine affinchè un punto critico sia un estremo relativo (senza dimostrazione). Criterio per la determinazione del segno degli autovalori di una matrice simmetrica (senza dimostrazione).

Lezione 23 1 marzo 2006, 2 ore

Funzioni vettoriali di più variabili reali. Generalità: limite, continuità, derivabilità, differenziabilità. Matrice Jacobiana. Determinante jacobiano dei cambiamenti di coordinate: coordinate polari, cilindriche e sferiche.

Esercizi relativi ad estremi assoluti e relativi per funzioni reali di due o più variabili reali.

Lezione 24 2 marzo 2006,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi

Esercizi su estremi assoluti e relativi.

Lezione 25 3 marzo 2006, 2 ore

Dominio connesso, superficie parametrica regolare. Piano tangente, retta normale e versore normale. Grafico di funzione di due variabili come immagine di una superficie parametrica regolare. Superfici di rotazione e loro regolarità.

Lezione 26 8 marzo 2006,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi

Integrale doppio. Domini y-semplici, domini x-semplici. Domini semplici e domini regolari. Teorema di riduzione. Alcuni esempi ed esercizi.

Lezione 27 9 marzo 2006, 2 ore

Proprietà elementari dell'integrale doppio su domini regolari del piano.
Cambiamento di variabile nell'integrale doppio. Area di una superficie, integrale di superficie di una funzione e di un campo vettoriale.
Massa, baricentro e momenti d'inerzia di oggetti piani o distribuiti su superfici regolari.
Esempi ed esercizi

Lezione 28 10 marzo 2006,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Esercizi relativi ad integrali doppi e di superficie.

Lezione 29 14 marzo 2006,
lezione tenuta dalla Dott.ssa Dionisi
Integrali tripli: integrazione per strati, integrazione per fili. Cambiamento di coordinate negli integrali tripli. Esempi ed esercizi.

Lezione 30 15 marzo 2006
Area di una regione angolare delimitata da curva polari (con dimostrazione). Primo e secondo teorema di Guldino (con dimostrazione).
Esempi. Esercizi relativi ad integrali tripli e di superficie.