Calcolo delle Probabilità –2015-2016

Primo Compitino – 6 Novembre 2015

Matricola **Nome e Cognome**

Domanda 1) Si hanno 3 urne, indicate come urne U_i, $i = 1, 2, 3$. Ciascuna urna U_i contiene b palline bianche e r palline rosse. Si estrae una pallina da ciascuna urna.

1. Sapendo che è stata estratta una sola pallina bianca, calcolare la probabilità che dalla prima urna sia stata estratta una pallina bianca.
2. Sapendo che sono state estratte due palline bianche e una pallina rossa, calcolare la probabilità che dalla prima urna sia stata estratta una pallina bianca.

Generalizzare al seguente caso: si hanno n urne U_i, $i = 1, \ldots, n$. Ciascuna urna U_i contiene b palline bianche e r palline rosse. Si estrae una pallina da ciascuna urna. Sapendo che sono state estratte j palline bianche ($j = 0, \ldots, n$), calcolare la probabilità che dalla prima urna sia stata estratta una pallina bianca.

................................., ..., ...

Svolgimento

Domanda 2) Sia X una variabile aleatoria con distribuzione di Poisson di parametro $\lambda > 0$.
Dimostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $\mathbb{E}[X^n] = \lambda \mathbb{E}[(X+1)^{n-1}]$.
Usare tale risultato per calcolare $\mathbb{E}[X^2]$ e $\mathbb{E}[X^3]$. (Si ricorda che $\mathbb{E}[X] = \lambda$).

. . . .

Svolgimento

Domanda 3) Sia $f(x) = (x+1)^2 \mathbb{1}_{(-1,0)} + (1-x^2)\mathbb{1}_{(0,1)}$ e sia X una variabile aleatoria di distribuzione $\mathbb{P}_X = f(x)\mathrm{d}x$.
Calcolare valore atteso e varianza di X.
Calcolare la legge di X e mostrare che la mediana è maggiore del valore atteso.

$\mathbb{E}[X] =$ ...., Var[X] = ..., $F_X(t) =$ ....

Svolgimento

Domanda 4) Sia X una variabile aleatoria con distribuzione esponenziale di parametro λ. Per $k \in \mathbb{N}$ calcolare il valore atteso di X^k.

$\mathbb{E}[X^k] =$ ....

Svolgimento