

Calcolo delle Probabilità –2015-2016

Quarto Appello – 12 Luglio 2016

Matricola

Nome e Cognome

Domanda 1) Abbiamo 10 monete in un'urna. Di esse, 5 sono eque, 3 hanno croce su entrambe le facce e 2 hanno testa su entrambe le facce.

Si estrae una moneta dall'urna (senza guardare) e la si lancia. Qual è la probabilità di ottenere testa?

Sapendo di aver ottenuto testa, qual è la probabilità che ci sia testa anche sull'altra faccia?

.....

Svolgimento

Domanda 2) Un giocatore lancia ripetutamente un *dado equo a 4 facce*. Il gioco termina appena il giocatore ottiene il primo “1”. Il giocatore può anche scegliere di fermarsi prima. Il giocatore attua la strategia: “mi fermo appena ottengo *almeno k*”, (per un qualche $k = 2, 3, 4$).
Calcolare, in dipendenza di k , il *valore atteso dell’ultimo lancio*.

.....

Svolgimento

Domanda 3) Sia X una v.a. su uno spazio probabilizzato $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$, con legge F_X e distribuzione \mathbb{P}_X . Siano $C > 0$, $m < M$ costanti e siano Y e Z le v.a. definite da

$$Y := \begin{cases} m & \text{se } X < m, \\ X & \text{se } m \leq X \leq M, \\ M & \text{se } X > M. \end{cases} \quad Z := \begin{cases} 0 & \text{se } |X| > C, \\ X & \text{se } |X| \leq C. \end{cases}$$

Calcolare le leggi F_Y e F_Z in funzione di F_X

Calcolare le distribuzioni \mathbb{P}_Y e \mathbb{P}_Z in funzione di \mathbb{P}_X ed (eventualmente) di altre distribuzioni note.

.....

Svolgimento

Domanda 4) Sulla semicirconferenze $x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ si scelgono, in maniera indipendente, due angoli al centro a caso, Θ_1 e Θ_2 . Calcolare la distribuzione della v.a. $\Psi := \frac{|\Theta_2 - \Theta_1|}{2}$.
Calcolare il valore atteso della lunghezza della corda sottesa $L = 2 \sin \Psi$.

.....

Svolgimento