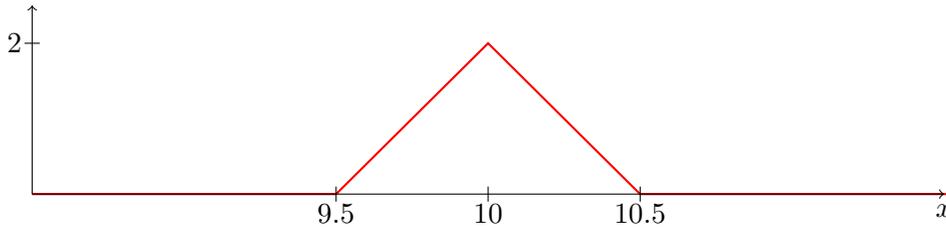


## Esercizi 4 - Variabili aleatorie, distribuzione e integrazione

**Esercizio 1.** Una fabbrica produce mattonelle quadrate. La lunghezza del lato della mattonella, misurata in centimetri, è una v.a. di distribuzione assolutamente continua associata alla densità  $f(x)$  rappresentata in figura.



Le mattonelle possono essere messe in vendita se la lunghezza del lato è compresa tra 9.8 cm e 10.2 cm. Calcolare la probabilità che una mattonella possa essere messa in vendita.

Preso una partita di 20 mattonelle, calcolare la probabilità che almeno 19 mattonelle siano vendibili.

**Esercizio 2.** La v.a.  $X$  è assolutamente continua e ha densità  $f_X(x)$  definita da

$$f_X(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| < 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare la densità di  $Y = X^2$ .

**Esercizio 3.** Sia  $b \in (0, 1)$ . La v.a.  $X$  è distribuita sui reali nonnegativi con densità

$$f(x) = (1 - b) \sum_{n=0}^{+\infty} b^n \mathbb{1}_{[n, n+1)}(x).$$

Calcolare media e varianza di  $X$ .

**Esercizio 4.** La v.a.  $X$  è uniformemente distribuita sull'intervallo  $(0, a)$ ,  $a > 0$  (cioè  $X$  ha distribuzione assolutamente continua con densità  $f_X(x) = \frac{\mathbb{1}_{(0,a)}(x)}{a}$ ).

Calcolare distribuzione, media, varianza e mediana della v.a.  $Y := \sqrt{X}$  e della v.a.  $Z := X^2$ .

**Esercizio 5.** La v.a.  $X$  è distribuita uniformemente sull'intervallo  $[0, 4]$ . Sia  $Y = \max\{3X - 2, X^2\}$ . Calcolare densità e valore atteso della v.a.  $Y$ .

**Esercizio 6.** Al variare dei parametri reali positivi  $c$  e  $a$  si consideri la funzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \left(\frac{x}{c}\right)^a & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Determinare  $c$  in modo che  $F$  sia la funzione di ripartizione di una v.a. continua  $X$  e calcolare la funzione densità  $f_X(x)$ . Al variare del parametro  $a$  determinare media, mediana e varianza di  $X$ .