

Domanda 1) (10 punti) Si hanno due urne, U_1 e U_2 . U_1 contiene 3 palline bianche e 7 palline rosse. U_2 contiene 5 palline bianche e 5 palline rosse.

Susannina lancia due monete:

- se escono due teste estrae (senza reimbussolare) due palline da U_1 ;
- se escono una testa ed una croce estrae una pallina da ciascuna urna;
- se escono due croci estrae (senza reimbussolare) due palline da U_2 .

Calcolare la probabilità che Susannina estragga una pallina bianca ed una pallina rossa.

Sapendo che Susannina ha estratto una bianca ed una rossa, calcolare la probabilità che nel lancio delle monete siano uscite una testa ed una croce.

$\mathbb{P}_1 = \dots\dots\dots$, $\mathbb{P}_2 = \dots\dots\dots$

È richiesta la risposta esatta scritta sottoforma di frazione

Svolgimento

Domanda 2) (10 punti) La v.a. X segue la distribuzione esponenziale di parametro $\lambda > 0$. La v.a. Y è distribuita uniformemente sull'intervallo $[0, a]$, $a > 0$.

Sapendo che X e Y sono indipendenti, calcolare densità e media delle v.a. $Z := X + Y$ e $T := X - Y$.

$f_Z(t) = \dots\dots\dots$, $f_T(t) = \dots\dots\dots$, $\mathbb{E}[Z] = \dots\dots\dots$, $\mathbb{E}[T] = \dots\dots\dots$

Svolgimento

Domanda 3) (10 punti) Sia $b \in (0, 1)$. La v.a. X è distribuita sui reali nonnegativi con densità

$$f(x) = (1 - b) \sum_{n=0}^{+\infty} b^n \mathbf{1}_{[n, n+1)}(x).$$

Calcolare media e varianza di X .

$\mathbb{E}[X] = \dots\dots\dots$, $\text{Var}[X] = \dots\dots\dots$

Svolgimento