

Prova orale

Primo appello

Secondo appello

Terzo appello

Domanda 1) (10 punti) Un'urna contiene b palline bianche e r palline rosse. Si estrae una pallina e se ne guarda il colore. Si reinserisce la pallina nell'urna aggiungendo due palline dello stesso colore della pallina estratta.

Questa operazione viene ripetuta quattro volte. Calcolare:

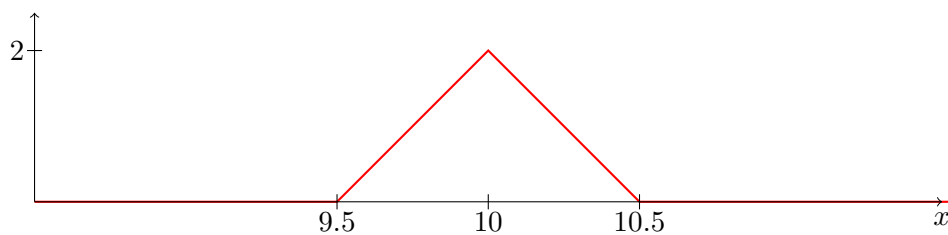
- la probabilità che si estraggano, nell'ordine: due palline bianche e poi due palline rosse;
- la probabilità che nelle prime due estrazioni vengano estratte una pallina bianca ed una pallina rossa.

$$\mathbb{P}_1 = \frac{br(b+2)(r+2)}{(b+r)(b+r+2)(b+r+4)(b+r+6)},$$

$$\mathbb{P}_2 = \frac{2br}{(b+r)(b+r+2)}.$$

Svolgimento

Domanda 2) (10 punti) Una fabbrica produce mattonelle quadrate. La lunghezza del lato della mattonella, misurata in centimetri, è una v.a. di distribuzione assolutamente continua associata alla densità $f(x)$ rappresentata in figura.



Le mattonelle possono essere messe in vendita se la lunghezza del lato è compresa tra 9.8 cm e 10.2 cm. Calcolare la probabilità che una mattonella possa essere messa in vendita.

Preso una partita di 20 mattonelle, calcolare la probabilità che almeno 19 mattonelle siano vendibili.

$$\mathbb{P}_1 = 0.64,$$

$$\mathbb{P}_2 = (0.64)^{19} \cdot 7.84 \simeq 0.0016.$$

Svolgimento

Domanda 3) (10 punti) X e Y sono v.a. sullo stesso spazio di probabilità $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$. X segue la distribuzione geometrica modificata di parametro $p \in (0, 1)$. Y è distribuita su $\{0, 1\}$ e

$$\mathbb{P}(Y = 1|X = k) = q^k \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots$$

dove $q \in [0, 1]$. Calcolare la densità di Y .

Calcolare densità e media della v.a. $Z = XY$.

$$\mathbb{P}_Y = B\left(\frac{p}{1-q+pq}\right), \quad p_Z(k) = \begin{cases} 1+p-\frac{p}{1-q+pq} & k=0 \\ p(q(1-p))^k & k>0 \end{cases}, \quad \mathbb{E}[Z] = \frac{pq(1-p)}{(1-q+pq)^2}.$$

Svolgimento